ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОРОДСКОЙ ИНСТИТУТ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ
У Ч И Т Е Л Е Й

ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ВЫСТАВКА

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ,

ПРОВОДИМЫХ НА ОЛИМПИАДАХ ПО ФИЗИКЕ ВО ДВОРЦЕ ПИОНЕРОВ И В ЛЕНИНГРАДСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

X класс.

Ф.С.Емельянов, учитель
314 средней школы
Фрунзенского района
и
И.М.Швайченко, учитель
323 средней школы
Фрунзенского района

Ленинград
1956/57 учебный год.

А Н Н О Т А Ц И Я

К РАБОТЕ ЕМЕЛЬЯНОВА И ШВАЙЧЕНКО "РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ, ПРОВОДИМЫХ НА ОЛИМПИАДАХ ПО ФИЗИКЕ ВО ДВОРЦЕ ПИОНЕРОВ им. ЖДАНОВА"

Работа Емельянова и Швайченко представляет собой решение задач, которые предлагались в разное время учащимся на II и III турах олимпиады по физике, проводимой ежегодно Дворцом пионеров. Решения сопровождаются многими иллюстрациями и методическими указаниями.

Решения задач собраны по VIII–X классам. Эта работа для массового учителя физики представит большой интерес и значительно ему поможет при подготовке лучших учащихся к участию в олимпиаде. Многие задачи олимпиады, особенно 3-го тура, очень сложны и отнимают у учителя много времени для нахождения правильного решения. Эту часть работы можно сократить, пользуясь настоящим трудом, и обратить основное внимание на разработку методических приемов объяснения учащимся.

Молодые учителя найдут в этой работе много ценных указаний и на примерах решения задач получат навыки и умения, как в решении сложных физических задач, так и в методических приемах изложения.

31.X.56 г. Ст. преподаватель ЛГИУУ – Л. Скрелин.

№1.

Определить скорость звука в воде, если колебание с периодом 0,005 сек. вызывает волну с длиной 7,175 м.

Решение.

Скорость распространения волнового процесса: $v = \frac{\lambda}{T}$.

Вычисление: $v = \frac{7{,}175}{0{,}005} = 1435\ \frac{м}{сек.}$

Ответ: $v = 1435\ \frac{м}{сек.}$

№2.

Сирена имеет 60 отверстий и делает $360\ \frac{об}{мин}$. Определить длину волны даваемого ею звука и его период.

Решение.

Пусть число оборотов сирены в минуту N, число отверстий на ней m. Частота f звука выразится так: $f = m \cdot \frac{N}{60}$ гц. Период колебания: $T = \frac{1}{f}$; $T = \frac{60}{mN}$. Длина волны: $\lambda = vT$.

Вычисление: $T = \frac{60}{60 \cdot 360} = \frac{1}{360}$ сек; $\lambda = 340 \cdot \frac{1}{360} = 0{,}94$ м.

Ответ: $\lambda = 0{,}94$ м; $T = \frac{1}{360}$ сек.

№3.

Отходящий пароход начинает давать свисток, соответствующий звуку 400 колебаний в секунду. Находящиеся на берегу слышат этот свисток как звук, соответствующий 395 колебаниям в секунду. С какой скоростью отходит пароход, если скорость звука $340\ \frac{м}{сек}$?

Решение.

Задача решается применением принципа Допплера, который даёт для случая удаления источника звука от наблюдателя следующую зависимость между воспринимаемой и излучаемой частотами:

$f_1 = f_0 \cdot \frac{v}{v+v_1}$; отсюда: $v_1 = v \cdot \frac{f_0 - f_1}{f_1}$.

Вычисление: $v_1 = 340 \cdot \frac{400-395}{395} = 4{,}3\ \frac{м}{сек.}$

Ответ: $v_1 = 4{,}3\ \frac{м}{сек} = 15{,}5\ \frac{км}{час.}$

№4.

Ружейная пуля, пролетевшая мимо уха наблюдателя, понизила тон своего звука на октаву. Определить скорость пули.

Решение.

Понижение тона звука на октаву является следствием уменьшения воспринимаемой частоты в два раза. Пусть собственный тон пули есть тон частоты f_0, скорость звука C, а скорость движения пули v. Для неподвижного наблюдателя тон звука приближающейся пули: $f_1 = f_0 \cdot \frac{c}{c-v}$ (1). Частота звука удаляющейся пули: $f_2 = f_0 \cdot \frac{c}{c+v}$ (2). После почленного деления равенства (1) на равенство (2) по условию задачи получаем:

$2 = \frac{c+v}{c-v}$, отсюда: $C = 3v$; $v = \frac{c}{3}$.

Вычисление: $v = \frac{330}{3} = 110 \frac{м}{сек}$.

Ответ: скорость пули: $v = 110 \frac{м}{сек}$.

№5.

Середина струны колеблется с амплитудой 2 мм и имеет наибольшее ускорение $2 \frac{км}{сек^2}$. Какова частота колебаний?

Решение.

Из кинематической связи вращательного и колебательного гармонического движений вытекает формула для величины ускорения колеблющейся точки при переходе ею крайних положений: $a = 4\pi^2 A^2 f^2$; отсюда искомая частота:

$f = \sqrt{\frac{a}{4\pi^2 A^2}}$ или $f = \frac{1}{2\pi A}\sqrt{a}$. Подставляем в эту формулу: $A = 0{,}2 см$; $a = 2 \frac{км}{сек^2} = 2 \cdot 10^5 \frac{см}{сек^2}$ и производим вычисление:

$$f = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^5}{40 \cdot 0{,}2}} = \sqrt{25000} = 158 \text{ гц}.$$

Ответ: $f = 158$ гц.

№6

С каким периодом будет совершать колебания шарик, катающийся по дну сферической чашки радиусом 0,7 м?

Решение.

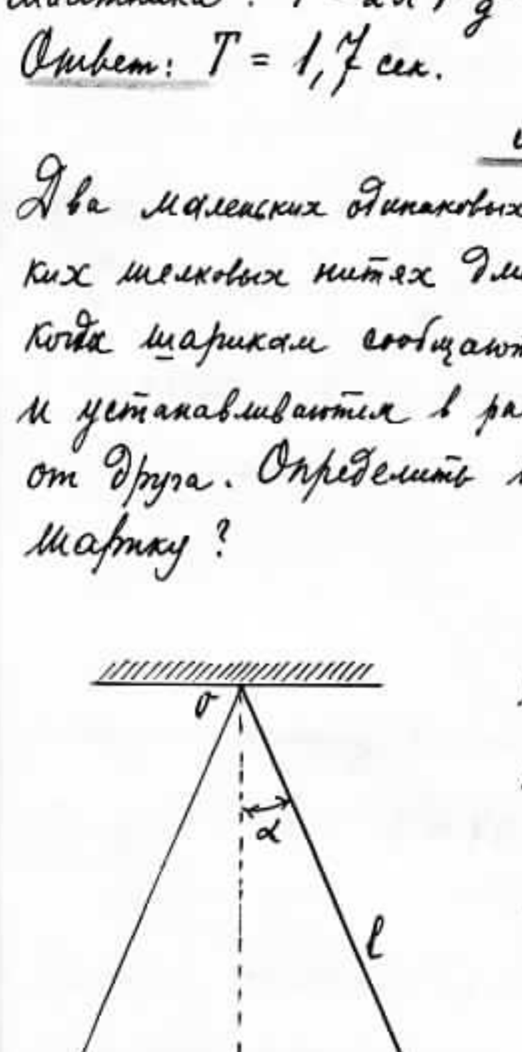
Если шарик по дну чашки совершает колебания с малой амплитудой и без трения, то эти колебания можно считать гармоническими и период колебания их вычислять по формуле математического маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Вычисление: $T = 6{,}28\cdot\sqrt{\frac{0{,}7}{9{,}8}} = 1{,}7$ сек.

Ответ: $T = 1{,}7$ сек.

№7.

Два маленьких одинаковых шарика весом по 1 г подвешены на тонких шелковых нитях длиной $l = 6$ м и прикасаются друг к другу; когда шарикам сообщаются одинаковые заряды, они отталкиваются и устанавливаются в равновесии на расстоянии $d = 1$ см друг от друга. Определить величину заряда, сообщенного каждому шарику?

Решение.



Сила взаимодействия между заряженными шариками (из векторного параллелограмма): $F = P\cdot tg\alpha$. Из закона Кулона эту силу можно выразить так: $F = \frac{q^2}{d^2}$. Приравнивая друг другу эти силы и заменяя $tg\alpha$ равным ему $\sin\alpha$ (по малости угла α), а затем величиной $\frac{d}{2l}$, имеем уравнение:

$$P\cdot\frac{d}{2l} = \frac{q^2}{d^2};$$ из этого уравнения:

$$q = \pm\sqrt{\frac{P\cdot d^3}{2l}}.$$

Вычисление: $q = \pm\sqrt{\frac{980\cdot 1^3}{2\cdot 600}} = \pm 0{,}9\ CGSE_q$

Ответ: $q = 0{,}9\ CGSE_q$.

№8.

В какую точку прямой, соединяющей два неподвижных точечных заряда e_1 и e_2, следует внести заряд e, чтобы он находился в равновесии? Расстояние между e_1 и e_2 равно 1м. Рассмотреть случаи: 1) e_1, e_2 и e_3 – одноименные заряды 2) e_1 и e_2 – положительные, а e_2 – отрицательный.

Решение.

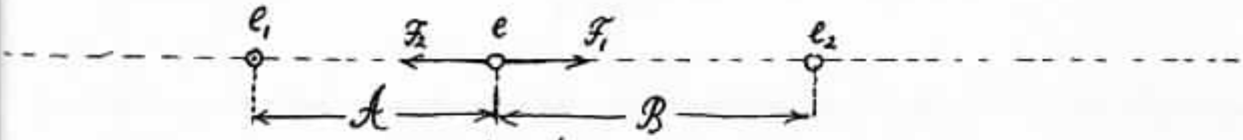
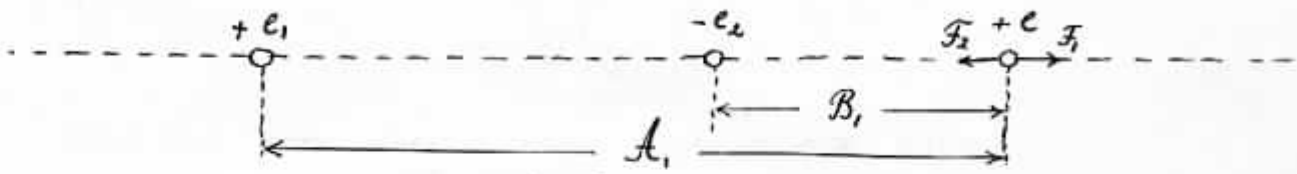


рис. 1.

1) e_1, e_2 и e – одноименные заряды (рис. 1.)

$F_1 = F_2$; уравнение: $\frac{e_1 e}{A^2} = \frac{e_2 e}{B^2}$; отсюда: $\frac{A^2}{B^2} = \frac{e_1}{e_2}$; $\frac{A}{B} = \frac{\sqrt{e_1}}{\sqrt{e_2}}$

2) Заряды e_1 и e_2 разноименные (рис 2)



$$|e_1| > |e_2|$$

Аналогично первому решению: $\frac{e_1 e}{A_1^2} = \frac{e_2 e_1}{B_1^2}$; $\frac{A_1}{B_1} = \frac{\sqrt{e_1}}{\sqrt{e_2}}$

Ответ: $A : B = \sqrt{e_1} : \sqrt{e_2}$.

№9.

Электрон вылетает из точки, потенциал которой $V = 6000$в, имея скорость, направленную по полю и равную $10^8 \frac{см}{сек.}$ Определить потенциал точки, дойдя до которой электрон потеряет свою скорость.

Решение.

Работа перемещения заряда в электрическом поле:

$$A = e(V_1 - V_2).$$

Эта работа совершается за счет запаса кинетической энергии:

$W^k = \frac{mv^2}{2}$. Приравнивем эти выражения друг другу:
$e(V_1 - V_2) = \frac{mv^2}{2}$. Искомый потенциал V_2 из этого уравнения выразится так: $V_2 = V_1 - \frac{mv^2}{2e}$. Вычисляем искомую величину, имея в виду, что $V = 6000\,в = 20\,CGSE_V$; $m = 9\cdot10^{-28}\,г$;
$e = -4{,}8\cdot10^{-10}\,CGSE_q$. $U = 20 - \frac{9\cdot10^{-28}\cdot10^{16}}{2\cdot4{,}8\cdot10^{-10}} = \left(20 - \frac{3}{320}\right) CGSE_V =$
$= \left(6000 - \frac{900}{320}\right) в = 5997{,}72\,в \approx 5998\,в.$

Ответ: $V_2 = 5998\,в$.

№10.

Сколько витков никелиновой проволоки надо навить на фарфоровый цилиндр диаметром 1,5 см, чтобы устроить кипятильник, в котором в течение 10 минут закипает $m = 1{,}2\,кг$ воды, взятой при начальной температуре $t^\circ = 10^\circ C$? Коэффициент полезного действия принять равным 60%. Диаметр проволоки $d = 0{,}2\,мм$. Напряжение $V = 100\,в$.

Решение.

Уравнение теплового обмена для данного случая:
$cm(t_1^\circ - t^\circ) = k\frac{V^2}{R}\cdot t\eta$. Выражаем сопротивление проводника через его геометрические размеры и число витков:
$R = \rho\frac{l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$; $l = n\cdot\pi D$; $R = \frac{4\rho n\pi D}{\pi d^2} = \frac{4\rho n D}{d^2}$.
Подставляем в исходное уравнение вместо R найденное для него выражение и оттуда определяем искомое n:

$$cm(t_1^\circ - t^\circ) = k\eta\cdot\frac{V^2\cdot d^2\, t}{4\rho n D}.$$

$$n = \frac{k\eta\cdot V^2 d^2\cdot t}{4\rho D\cdot cm\cdot(t_1^\circ - t^\circ)}$$

Вычисление: $n = \frac{0{,}24\cdot0{,}6\cdot100^2\cdot0{,}2^2\cdot600}{4\cdot0{,}4\cdot0{,}015\cdot1\cdot1200\cdot(100-10)} = 13\frac{1}{3}$ витка.

Ответ: $n = 13{,}3$ витка.

№ 11.

Чему равен коэффициент полезного действия электрического чайника, если 1 литр воды при комнатной температуре $t^\circ = 20^\circ C$ закипит в $T = 20$ мин.? Потребляемый ток $J = 3$ а. Напряжение в сети $V = 120$ в.

Решение.

Уравнение теплового обмена: $cm(t_1^\circ - t_0^\circ) = \eta k VJT$, отсюда:

$$\eta = \frac{cm(t_1^\circ - t^\circ)}{kVJT}.$$

Вычисление: $\eta = \dfrac{1 \cdot 1000 \cdot (100-20)}{0{,}24 \cdot 120 \cdot 3 \cdot 1200} = 0{,}77 = 77\%.$

Ответ: к.п.д. равен 77%.

№ 12.

В городской сети напряжение $V = 120$ в. Подводы в дом имеют длину $L = 50$ м. Каково их сечение, если обнаруживается, что при полной нагрузке осветительной сети дома (сто 50-ваттных ламп) напряжение падает до 115 в.?

Решение.

Предполагаем линию двухпроводной и выполненной из меди. ($\rho = 0{,}017 \frac{\text{ом}\cdot\text{мм}^2}{\text{м}}$). Падение напряжения в линии: $\Delta V = V - V_1$; $\Delta V = 120 - 115 = 5$ в. Потребляемая лампами мощность:
$P = pn = 50 \cdot 100 = 5000$ вт; ток в линии: $J = \frac{P}{V} = \frac{5000}{120} = 41\frac{2}{3}$ а; сопротивление линии: $R_1 = \frac{\Delta V}{J} = \frac{5}{41\frac{2}{3}} = 0{,}12$ ом. Из формулы: $R = \frac{2\rho L}{S}$ находим: $S = \frac{2\rho l}{R}$

Вычисление: $S = \dfrac{2 \cdot 0{,}017 \cdot 50}{0{,}12} = 14\frac{1}{6}$ мм^2

В общем виде: $S = \dfrac{2\rho L p n}{V \cdot (V - V_1)}$.

Ответ: $S = 14{,}17$ мм^2.

№13.

Сопротивление двух проводов, соединенных параллельно, $R = \frac{1}{7}$ ома. При соединении тех же проводов последовательно получается сопротивление 0,7 ома. Определить сопротивление каждого провода.

Решение.

Составляем два выражения для сопротивлений при последовательном и при параллельном соединениях:

$r_1 + r_2 = R$; $\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = R_1$. Перемножим почленно эти выражения: $r_1 r_2 = RR_1$; выражаем r_2 через друже величины: $r_2 = \frac{RR_1}{r_1}$; подставляем это значение в первое выражение: $r_1 + \frac{RR_1}{r_1} = R$, — отсюда: $r_1^2 + RR_1 - Rr_1 = 0$.; $r_1 = \frac{R \pm \sqrt{R^2 - 4RR_1}}{2}$;

Вычисление: $r_1 = \frac{0{,}7 \pm \sqrt{0{,}7^2 - 4 \cdot 0{,}7 \cdot \frac{1}{7}}}{2}$; $r_1' = 0{,}5$ ома; $r_1'' = 0{,}2$ ома.

Оба корня условию задачи удовлетворяют.

Ответ: $r_1 = 0{,}2$ ома; $r_2 = 0{,}5$ ома.

№14.

Проволока имеет сопротивление $R = 256$ ом. Когда её разрезали на несколько равных частей и соединили эти части параллельно, то получилось сопротивление $r = 1$ ом. На сколько частей её разрезали?

Решение.

Когда проволоку разрезали на n равных частей, то каждая из этих n частей в отдельности стала иметь сопротивление в n раз меньшее, чем было у целой проволоки, т. е., $\frac{R}{n}$ (по признаку длины). Когда же все эти n кусков проволоки соединили параллельно, то сопротивление этого соединения оказалось в n раз меньше, чем у каждого куска (по признаку сечения). Таким образом: $r = \frac{R}{n \cdot n} = \frac{R}{n^2}$.

откуда искомое число $n = \sqrt{\frac{R}{r}}$

Вычисление: $n = \sqrt{\frac{256}{1}} = 16$

<u>Ответ:</u> провод разрезали на 16 кусков.

№15.

Имеются электрические кастрюля и чайник, - первая на 600 вт, второй на 300 вт. Если включить их в сеть параллельно, вода в обоих приборах закипит одновременно через 20 минут. Через сколько времени закипит вода в каждом приборе, если их включить в сеть последовательно?

Решение

Обозначим для вывода формулы в общем виде: напряжение в сети V, мощности приборов соответственно P_1 и P_2, сопротивления их R_1 и R_2, количества тепла, выделяющиеся в приборах при параллельном соединении за указанное время Q_1 и Q_2, время работы приборов T, а искомые времена соответственно t_1 и t_2.

Вывод формулы:

Сопротивления приборов: $R_1 = \frac{V^2}{P_1}$; $R_2 = \frac{V^2}{P_2}$.

При последовательном соединении эти сопротивления слагаются:

$$R = R_1 + R_2 ; \quad R = V^2 \cdot \frac{P_1 + P_2}{P_1 \cdot P_2}.$$

По закону Ома определяем ток, идущий через приборы:

$$J = \frac{V}{R} ; \quad J = \frac{1}{V} \cdot \frac{P_1 \cdot P_2}{P_1 + P_2}.$$

Количества тепла, необходимые для вскипячения воды в каждом приборе: $Q_1 = k_1 P_1 T$ и $Q_2 = k P_2 T$.

С другой стороны: $Q_1 = k J^2 R_1 t_1$. Заменяем J и R_1 и получаем: $k P_1 T = k \cdot \left(\frac{1}{V} \cdot \frac{P_1 P_2}{P_1 + P_2}\right)^2 \cdot \frac{V^2}{P_1} \cdot t_1$.

Из этого уравнения:

$$t_1 = T \cdot \left(\frac{P_1 + P_2}{P_2}\right)^2$$

аналогично для второго прибора:

$$t_2 = T \cdot \left(\frac{P_1 + P_2}{P_1} \right)^2.$$

Вычисление: $t_1 = 20 \cdot \left(\frac{600+300}{300} \right)^2 = 180$ мин $= 3$ часа.

$$t_2 = 20 \cdot \left(\frac{600+300}{600} \right)^2 = 45 \text{ мин.}$$

Ответ: вода в кастрюле закипит через 3 часа, а в чайнике через 45 минут.

№ 16.

Нагреватель электрического чайника состоит из двух секций одинакового сопротивления. При включении обеих секций последовательно вода закипит через t минут. Через сколько минут закипит вода, если обе секции включить параллельно, считая, что в обоих случаях коэффициент полезного действия один и тот же?

Решение.

Если секции включены последовательно, то их общее сопротивление равно $2R$, а ток в приборе I. Если секции включены параллельно, то их общее сопротивление равно $\frac{R}{2}$, а ток равен $4I$. Для последовательного включения секций: $Q = k\, I^2 \cdot 2R \cdot t$. Для второго случая: $Q = k(4I)^2 \cdot \frac{R}{2}\, t_1$. Эти количества тепла по условию задачи равны друг другу, — отсюда уравнение:

$$k\, I^2 \cdot 2Rt = k \cdot 16 I^2 \cdot \tfrac{1}{2} R\, t_1;$$ из этого уравнения:

$$t_1 = \frac{t}{4}.$$

Ответ: при включении обеих секций параллельно вода закипит через $\frac{1}{4}t$ минут.

№17

Нагреватель электрического чайника состоит из двух секций. Если включить обе секции последовательно, то вода закипит через некоторый промежуток времени. При параллельном включении этих же секций вода закипит в n раз быстрее. Найти отношение сопротивлений секций. Каково наименьшее значение n, при котором задача возможна? Рассмотреть частный случай: $n = 4,5$.

Решение.

Пусть сопротивление первой секции R_1, а второй – R_2. Искомым в задаче является $x = \frac{R_1}{R_2}$.

а) При последовательном включении секций: $Q = \frac{kV^2}{R_1+R_2}t$ (1)

б) При параллельном включении: $Q = \frac{kV^2(R_1+R_2)}{R_1R_2}\cdot\frac{t}{n}$ (2).

По условию задачи эти количества тепла равны друг другу, – отсюда уравнение: $k\frac{V^2}{R_1+R_2}\cdot t = k\frac{V^2(R_1+R_2)}{R_1R_2}\cdot\frac{t}{n}$, или: $\frac{1}{R_1+R_2} = \frac{R_1+R_2}{nR_1R_2}$

$R_1^2+2R_1R_2+R_2^2 = nR_1R_2$. Делим все члены уравнения на R_1R_2:

$\frac{R_1}{R_2}+2+\frac{R_2}{R_1} = n$. Принимая в расчет, что искомое $x = \frac{R_1}{R_2}$,

имеем: $x+2+\frac{1}{x} = n$; умножаем все члены уравнения на x:

$x^2+(2-n)x+1 = 0$; отсюда: $x = \frac{-2+n\pm\sqrt{n(n-4)}}{2}$. Из этого выражения видно, что $n \geq 4$, иначе значение корня станет мнимым. При $n = 4$, $x_1 = x_2 = 1$, т.е., сопротивления R_1 и R_2 обеих секций одинаковы.

При $n = 4,5$, как требует задача: $x = \frac{-2+4,5\pm\sqrt{4,5\cdot 0,5}}{2}$;

$x_1 = 2$; $x_2 = 0,5$. Оба корня удовлетворяют условию задачи, т.к., дают одно и то же соотношение между сопротивлениями, а именно: одно больше другого в два раза.

Ответ: 1) $x = \frac{n-2\pm\sqrt{n(n-4)}}{2}$; решение возможно при $n \geq 4$.

2) одно сопротивление больше другого в два раза.

№18.

Одна десятиамперная дуговая лампа с допустимым напряжением у зажимов лампы $U = 40$ в включена в сеть с напряжением $U_1 = 65$ в. В другой цепи с напряжением $U_2 = 110$ в включены последовательно две такие же лампы. В каждой цепи есть дополнительное сопротивление для погашения части вольтажа. Определить, в какой цепи работа выгоднее.

Решение.

а) Коэффициент полезного действия для первой лампы:

$$\eta_1 = \frac{U}{U_1}; \quad \eta_1 = \frac{40}{65} = 0{,}61 = 61\%.$$

б) Коэффициент полезного действия 2-х других ламп:

$$\eta_2 = \frac{2U}{U_2}; \quad \eta_2 = \frac{2\cdot 40}{110} = 0{,}73 = 73\%.$$

Ответ: во второй цепи работа выгоднее.

№19.

Гальванический элемент дает во внешнем сопротивлении 4 ома ток в 0,2 а. Если же внешнее сопротивление сделать равным 7 ом, то элемент даст ток 0,14 а. Какой ток даст элемент, если его замкнуть накоротко?

Решение

Составляем два уравнения для ЭДС элемента:

$\mathcal{E} = J_1R_1 + J_1r$ и $\mathcal{E} = J_2R_2 + J_2r$. Решаем совместно эти уравнения относительно r и получаем: $r = \dfrac{J_1R_1 - J_2R_2}{J_2 - J_1}$.

Находим ЭДС элемента: $\mathcal{E} = \dfrac{J_1J_2}{J_2 - J_1}(R_1 - R_2)$. Ток короткого замыкания: $J_{кор} = \dfrac{\mathcal{E}}{r}$; $J_{кор} = \dfrac{J_1J_2(R_1 - R_2)}{J_1R_1 - J_2R_2}$.

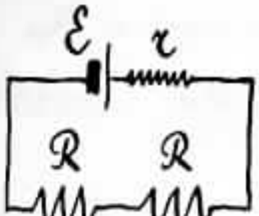
Вычисление: $J_{кор} = \dfrac{0{,}2\cdot 0{,}14\cdot(4-7)}{0{,}2\cdot 4 - 0{,}14\cdot 7} = 0{,}467$ а.

Ответ: $J_{кор} = 0{,}47$ а.

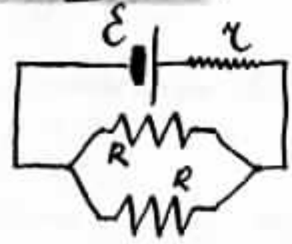
№20.

Электродвижущая сила элемента $\mathcal{E}$, внутреннее сопротивление его r. В цепь элемента включаются два реостата одинаковых сопротивлений R один раз параллельно, другой раз последовательно. Найти к.п.д. установки в обоих случаях (т.е., найти, какая часть тепла, выделяющегося во всей цепи, приходится на долю внешнего сопротивления). Каким должно быть соотношение между R и r, чтобы при последовательном соединении к.п.д. был в n раз больше, чем при параллельном включении?

Решение.



а



б

Коэффициент полезного действия можно представить, как отношение сопротивления внешней цепи ко всему сопротивлению цепи.

Для цепи, представленной схемой а: $\eta_1 = \dfrac{2R}{2R+r}$.

Для цепи, представленной схемой б: $\eta_2 = \dfrac{R_1 R_2}{R_1R_2 + R_1 r + R_2 r} = \dfrac{R}{R+2r}$.

Условие задачи требует, чтобы $\dfrac{\eta_1}{\eta_2}$ было равно n при $\dfrac{R}{r} = K$.

Составляем выражение для n: $n = \dfrac{2R+4r}{2R+r}$, отсюда:

$2nR + nr = 2R + 4r$. Делим обе части уравнения на r и вводим $K = \dfrac{R}{r}$: $2n\dfrac{R}{r} + n = 2\dfrac{R}{r} + 4$, или: $2nK + n = 2K + 4$, отсюда окончательно: $K = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4-n}{n-1}$

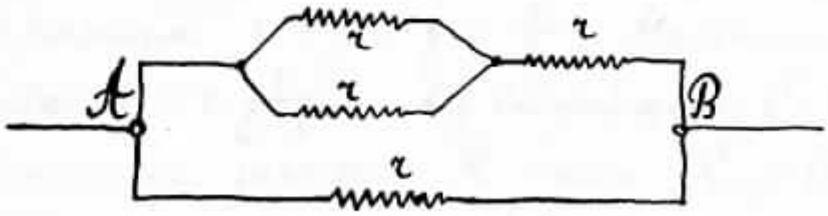
Ответ: $\dfrac{R}{r} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4-n}{n-1}$

№21.

Из катушек сопротивления по 10 ом каждая составить цепь с сопротивлением 6 ом, пользуясь минимальным количеством этих катушек.

Решение.

Для осуществления заданного сопротивления надо составить цепь по такой схеме:



$$R_{AB} = \frac{\left(\frac{r}{2}+r\right)\cdot r}{\frac{r}{2}+r+r} = \frac{3}{5}r.$$

Проверка: $R_{AB} = \frac{3}{5}\cdot 10 = 6$ ом.

Ответ: Минимальное количество катушек – четыре.

№22.

Определить ЭДС элемента, если известно, что при увеличении внешнего сопротивления, замыкающего элемент, в $n = 3$ раза, разность потенциалов на зажимах $V = 3$в увеличивается на 20%.

Решение.

Обозначим $V_1 = kV$, где $k = 1{,}2$. Составляем выражение для ЭДС при первом включении: $\mathcal{E} = V + \frac{V}{R}\cdot r$, отсюда: $R = r\cdot\frac{V}{\mathcal{E}-V}$. Составляем выражение для ЭДС второй цепи:

$$\mathcal{E} = kV + \frac{kV}{nR}\cdot r;$$

заменяем в этом выражении: $R = r\cdot\frac{V}{\mathcal{E}-V}$ и получаем: $\mathcal{E} = kV + \frac{kVr}{nr\cdot\frac{V}{\mathcal{E}-V}}$.

Окончательно: $\mathcal{E} = V\cdot\frac{k(n-1)}{n-k}$.

Вычисление: $\mathcal{E} = 3\cdot\frac{1{,}2(3-1)}{3-1{,}2} = 4$ в.

Ответ: $\mathcal{E} = 4$в.

№23.

Определить коэффициент полезного действия элемента, если известно, что при увеличении внешнего сопротивления, замыкающего элемент, в два раза, напряжение (разность потенциалов на зажимах) увеличивается на 10%.

Решение.

Обозначим: $R_1 = nR$, где $n = 2$; $U_1 = kU$, где $k = 1{,}1$.

Выражаем к.п.д.: $\eta = \frac{U}{\mathcal{E}}$. Уравнение для ЭДС: $\mathcal{E} = U + \frac{U}{R}\cdot r$, отсюда: $R = r\cdot\frac{U}{\mathcal{E}-U}$. Из второй цепи: $\mathcal{E} = kU + \frac{kU}{nR}\cdot r$. После подстановки значения R имеем: $\mathcal{E} = U\cdot\frac{k(n-1)}{n-k}$.

Для к.п.д. получаем выражение: $\eta = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{U}{U\cdot\frac{k(n-1)}{n-k}}$

Окончательно: $\eta = \frac{n-k}{k(n-1)}$.

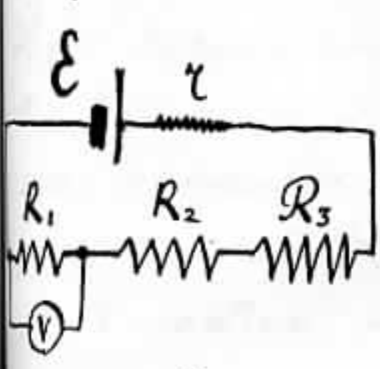
Вычисление: $\eta = \frac{2-1{,}1}{1{,}1\cdot(2-1)} = 0{,}82 = 82\%$.

Ответ: к.п.д. равен 82%.

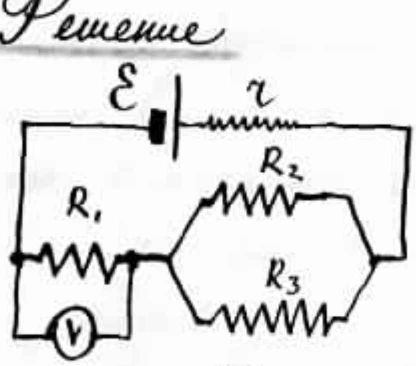
№24.

Элемент с ЭДС $\mathcal{E} = 2\,в$ и внутренним сопротивлением $r = 1\,ом$ подключен к трём последовательно соединенным сопротивлениям: $R_1 = 4\,ом$; $R_2 = 10\,ом$ и $R_3 = 15\,ом$. Каково показание вольтметра, подключенного своими клеммами к сопротивлению R_1? Как изменится показание вольтметра, если сопротивление R_3 подключить параллельно R_2? Током через вольтметр пренебречь.

Решение



а



б

Из цепи, представленной схемой а: $U_1 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_1}{r + R_1 + R_2 + R_3}$.

Из цепи по схеме б: $U_2 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3}{rR_2 + rR_3 + R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$.

Вычисление: $U_1 = 2 \cdot \frac{4}{1+4+10+15} = \frac{4}{15} = 0,27$ в.

$$U_2 = 2 \cdot \frac{4 \cdot 10 + 4 \cdot 15}{1 \cdot 10 + 1 \cdot 15 + 4 \cdot 10 + 4 \cdot 15 + 10 \cdot 15} = \frac{8}{11} = 0,73 \text{ в.}$$

$\Delta U = U_2 - U_1 = 0,73 - 0,27 = 0,46$ в.

Ответ: показание вольтметра увеличится на 0,46 в.

№25.

Покажите, в каком случае два различных гальванических элемента, замкнутых последовательно на внешнее сопротивление дадут меньший ток, чем один из этих элементов, включенный на то же сопротивление.

Решение.

Ток в первом случае: $I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2 + R}$.

Ток во втором случае: $I_2 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + R}$.

Условие задачи требует, чтобы $I_1 < I_2$.

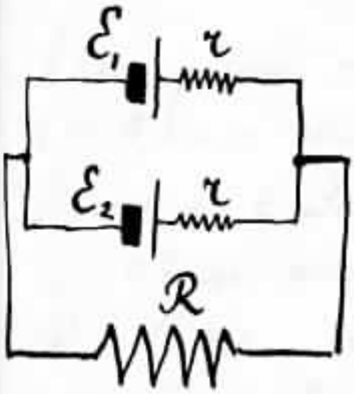
$\frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2 + R} < \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + R}$; отсюда: $\mathcal{E}_2 \cdot (r_1 + R) < \mathcal{E}_1 r_2$, а затем:

$$\frac{r_1 + R}{\mathcal{E}_1} < \frac{r_2}{\mathcal{E}_2}.$$

Ответ: $I_2 > I_1$, если: $\frac{r_2}{\mathcal{E}_2} > \frac{r_1 + R}{\mathcal{E}_1}$

№26

Два аккумулятора с одинаковыми внутренними сопротивлениями $r = 0,05$ ома и ЭДС, равными: $\mathcal{E}_1 = 1,8$ в и $\mathcal{E}_2 = 2$ в включены параллельно в качестве источников в цепь, сопротивление которой $R = 2$ ом. Найдите ток во внешней цепи и в каждом из аккумуляторов.



Решение.

Пусть отсутствует внешнее сопротивление R, — тогда второй аккумулятор заряжает первый током:

$$i = \frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1}{2r}.$$

ЭДС такой батареи ($\mathcal{E}_б$) можно определить или как сумму $\mathcal{E}_1$ и падения напряжения внутри первого аккумулятора, или как разность $\mathcal{E}_2$ и падения напряжения внутри второго аккумулятора: $\mathcal{E}_б = \mathcal{E}_1 + \frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1}{2r}r = \frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{2}$ - для первого случая.

$\mathcal{E}_б = \mathcal{E}_2 - \frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1}{2r}r = \frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{2}$ - для второго случая.

Таким образом, ЭДС батареи: $\mathcal{E}_б = \frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{2}$.

1) Когда батарея замкнута на внешнее сопротивление R, то ток во внешней цепи найдем по закону Ома: $J = \frac{\mathcal{E}_б}{\frac{r}{2}+R} = \frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{r+2R}$

Вычисление: $J = \frac{1,8+2}{0,05+2\cdot 2} = 0,94$ а.

2) Ток, проходящий через первый аккумулятор:

$J_1 = i - \frac{1}{2}J$; $J_1 = \frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1}{2r} - \frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{2(r+2R)}$

Вычисление: $J_1 = \frac{2-1,8}{2\cdot 0,05} - \frac{2+1,8}{2\cdot(0,05+2\cdot 2)} = 1,53$ а.

3) Ток, проходящий через второй аккумулятор:

$J_2 = i + \frac{1}{2}J$; $J_2 = \frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1}{2r} + \frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{2(r+2R)} = \frac{\mathcal{E}_2(r+R)-\mathcal{E}_1 R}{r(r+2R)}$.

Вычисление: $J_2 = \frac{2(0,05+2)-1,8\cdot 2}{0,05\cdot(0,05+2\cdot 2)} = 2,47$ а.

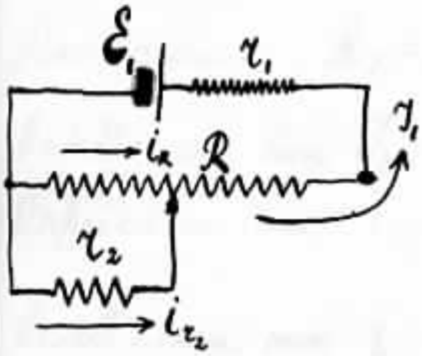
Примечание: ток J_1 надо взять со знаком минус, потому что он заряжает аккумулятор $\mathcal{E}_1$ и не является током отдачи во внешнюю цепь.

Ответ: $J = 0,94$ а; $J_1 = -1,53$ а; $J_2 = 2,47$ а.

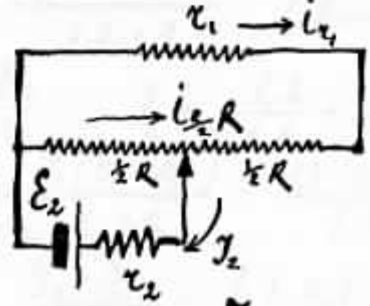
№ 27

Аккумулятор с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 2$ в и внутренним сопротивлением $r_1 = 0{,}2$ ома присоединен к концам сопротивления $R = 1$ ом. Элемент с ЭДС $\mathcal{E}_2 = 1{,}2$ в и внутренним сопротивлением $r_2 = 0{,}8$ ома присоединен параллельно к половине сопротивления R. Каковы токи в трех ветвях цепи? Как распределяется напряжение?

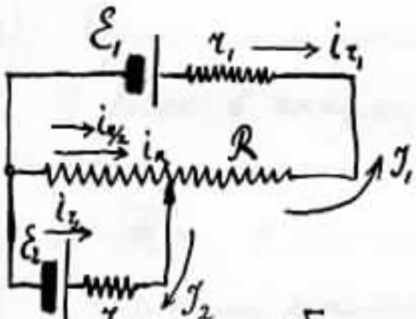
Решение.



а



б



аб

а) Определяем сперва все ток в предположении, что в цепи действует лишь одна $\mathcal{E}_1$, но сохраняются все сопротивления.

б) Определяем все токи в предположении, что в цепи действует лишь одна $\mathcal{E}_2$, но сохраняются все сопротивления.

аб) Суммируем все токи цепи схемы „а" с токами цепи схемы „б" и находим конечное распределение токов во всех элементах заданной цепи.

а) Определяем сопротивление цепи, представленной схемой „а":

$$R_1 = r_1 + \frac{R}{2} + \frac{\frac{R}{2}\cdot r_2}{\frac{R}{2} + r_2} = \frac{r_1R + 2r_1r_2 + 2r_2R + \frac{R^2}{2}}{R + 2r_2}.$$

Вычисление: $R_1 = \frac{0{,}2\cdot 1 + 2\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8 + 2\cdot 0{,}8\cdot 1 + \frac{1^2}{2}}{1 + 2\cdot 0{,}8} = \frac{2{,}62}{2} \approx 1$ ом.

Определяем ток J_1: $J_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R_1}$; $J_1 = \frac{2}{1} = 2a$.

Определяем ток i_{r_2}: $i_{r_2} = \frac{J_1 \cdot \frac{R}{2}}{r_2 + \frac{R}{2}} = \frac{2 \cdot 0,5}{0,8+0,5} = 0,77a$.

Определяем ток i_R: $i_R = \frac{J_1 r_2}{r_2 + \frac{R}{2}} = \frac{2 \cdot 0,8}{0,8+0,5} = 1,23\,a$

б) Определяем сопротивление цепи, представленной схемой „б":

$$R_2 = r_2 + \frac{(r_1 + \frac{R}{2}) \cdot \frac{R}{2}}{r_1 + R}$$

Вычисление: $R_2 = 0,8 + \frac{(0,2+0,5) \cdot 0,5}{0,2+1} = 1,1\,ом$.

Определяем ток J_2: $J_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{R_2}$; $J_2 = \frac{1,2}{1,1} = 1,1a$.

Определяем ток $i_{R/2}$: $i_{R/2} = \frac{J_2(r_1 + \frac{R}{2})}{r_1 + R} = \frac{1,1 \cdot (0,2+0,5)}{0,2+1} = 0,64a$

Определяем ток i_{r_1}: $i_{r_1} = \frac{J_2 \cdot \frac{R}{2}}{r_1 + R} = \frac{1,1 \cdot 0,5}{0,2+1} = 0,46a$.

аб) Суммируем токи в каждой ветви, учитывая их направления:

1) Ток в аккумуляторе $\mathcal{E}_1$: $J' = J_1 - i_{r_1} = 2 - 0,46 = 1,54a$ – в согласии с полярностью этого аккумулятора

2) Ток в элементе $\mathcal{E}_2$: $J'' = i_{r_2} - J_2 = 1,1 - 0,77 = 0,33a$ – – в согласии с полярностью этого элемента.

3) Ток через левую половину сопротивления R:

$$J = i_R + i_{R/2} = 1,23 + 0,64 = 1,87a$$

Определяем напряжения на всех элементах цепи.

1) Напряжение на зажимах аккумулятора $\mathcal{E}_1$:

$$U_1 = \mathcal{E}_1 - J' r_1 = 2 - 1,54 \cdot 0,2 = 1,69в.$$

2) Напряжение на зажимах элемента $\mathcal{E}_2$:

$$U_2 = \mathcal{E}_2 - J'' r_2 = 1,2 - 0,33 \cdot 0,8 = 0,94в.$$

3) Напряжение на концах сопротивления R:

$$U = J \cdot \tfrac{1}{2}R + J' \cdot \tfrac{1}{2}R = 1,87 \cdot 0,5 + 1,54 \cdot 0,5 = 1,7в$$

<u>Ответ:</u> ток в аккумуляторе равен 1,54а;

ток в элементе 0,33 а; ток в левой половине сопротивления R равен 1,87 а; напряжение на зажимах аккумулятора 1,7 в, напряжение на зажимах элемента 0,94 в; напряжение на концах сопротивления R равно 1,7 в.

№28.

Элемент с ЭДС $\mathcal{E} = 3$ в при включении в цепь с внешним сопротивлением $R = 12$ ом создает на концах этого сопротивления напряжение $U = 1,2$ в. В цепь включается второй такой же элемент. Определить, как нужно подключить второй элемент, чтобы напряжение на концах сопротивления R было наибольшим? Чему равно это наибольшее напряжение?

Решение.

Определяем внутреннее сопротивление элемента:

$$r = R \cdot \frac{\mathcal{E} - U}{U}; \quad r = 12 \cdot \frac{3 - 1,2}{1,2} = 18 \text{ ом}.$$

1) Если элементы включены последовательно, то напряжение на концах внешней цепи:

$$U_{пос} = 2\mathcal{E} \cdot \frac{R}{2r + R}; \quad U_{пос} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{12}{2 \cdot 18 + 12} = 1,5 \text{ в}.$$

2) Если элементы включены параллельно, то напряжение на концах внешней цепи:

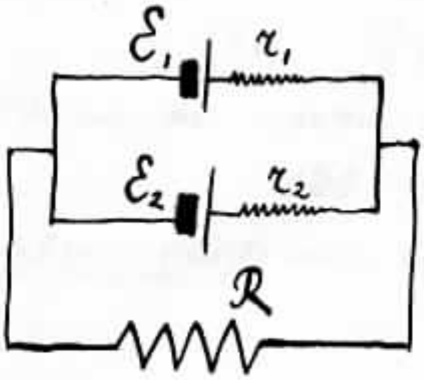
$$U_{пар} = 2\mathcal{E} \cdot \frac{R}{r + 2R}; \quad U_{пар} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{12}{18 + 2 \cdot 12} = 1,7 \text{ в}$$

Ответ: элементы надо подключить параллельно: в этом случае напряжение окажется равным 1,7 в вместо 1,5 в.

№29

В цепь включены параллельно два гальванических элемента с ЭДС: $\mathcal{E}_1 = 1,2$ в и $\mathcal{E}_2 = 1,1$ в. и внутренними сопротивлениями: $r_1 = 0,2$ ом и $r_2 = 0,8$ ом. Цепь замкнута на внешнее сопротивление $R = 15$ ом. Определить напряжение U на концах внешней цепи, а также направление и величину токов J_1 и J_2, идущих через элементы.

Решение.



1) ЭДС батареи: $\mathcal{E}_б = \dfrac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2}$.

Вычисление: $\mathcal{E}_б = \dfrac{1{,}2\cdot 0{,}8 + 1{,}1\cdot 0{,}2}{0{,}2 + 0{,}8} = 1{,}18$ в

2) Ток во внешней цепи:

$$J = \frac{\mathcal{E}_б}{R_ц}; \quad J = \frac{\mathcal{E}_б}{\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + R}.$$

Вычисление: $J = \dfrac{1{,}18}{\frac{0{,}2\cdot 0{,}8}{0{,}2+0{,}8} + 15} = 0{,}078$ а.

3) Напряжение на концах внешней цепи:

$$U = JR; \quad U = 0{,}078 \cdot 15 = 1{,}17 \text{ в}.$$

4) Ток через первый элемент:

$$J_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - U}{r_1}; \quad J_1 = \frac{1{,}2 - 1{,}17}{0{,}2} = 0{,}15 \text{ а}.$$

5) Ток через второй элемент:

$$J_2 = \frac{U - \mathcal{E}_2}{r_2}; \quad J_2 = \frac{1{,}17 - 1{,}1}{0{,}8} = 0{,}09 \text{ а}.$$

Ответ: $U = 1{,}17$ в; $J_1 = 0{,}15$ а; $J_2 = 0{,}09$ а.
Ток J_1 совпадает с направлением $\mathcal{E}_1$, ток же J_2 противоположен направлению $\mathcal{E}_2$.

№30

Если вольтметр соединить последовательно с сопротивлением $R = 10$ Ком, то при разности потенциалов на концах цепи $U = 120$ в он даст показание $U_1 = 40$ в. Если же этот вольтметр соединить последовательно с неизвестным сопротивлением, то он при той же разности потенциалов на концах цепи даст показание $U_2 = 10$ в. Определить величину неизвестносопротивления.

Решение.

Определяем сопротивление вольтметра из первого включения из уравнения:

$$120 = \frac{40}{r}(r+10000), \text{ отсюда } r = 5000 \text{ ом}.$$

Таким же образом определяем величину неизвестного сопротивления:

$$120 = \frac{10}{5000}\cdot(5000+x); \text{ отсюда: } x = 55000 \text{ ом}.$$

Ответ: неизвестное сопротивление равно 55 Ком.

№ 31.

Вольтметр с сопротивлением $R_1 = 3000$ ом показывает разность потенциалов на участке цепи $V_1 = 98$ в. Показание амперметра в магистрали J. Вольтметр с сопротивлением $R_2 = 6000$ ом показывает разность потенциалов на том же участке цепи $V_2 = 100$ в. Показание амперметра в магистрали такое же, как и в первом случае. Определить это показание амперметра, а также сопротивление исследуемого участка цепи.

Решение.

Составляем уравнения для напряжений:

$$98 = \frac{3000\cdot R}{3000+R}\cdot J; \quad 100 = \frac{6000\cdot R}{6000+R}\cdot J.$$

После почленного деления этих уравнений друг на друга определяем величину сопротивления R. $R = 125$ ом.

Подставив это значение R в одно из уравнений для напряжения, определяем величину тока J в магистрали:

$$100 = \frac{6000\cdot 125}{6125}\cdot J; \text{ отсюда: } J = 0,817 \text{ а}.$$

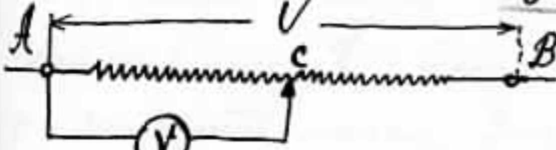
Ответ: $J = 0,817$ а; $R = 125$ ом.

№ 32

Потенциометр имеет сопротивление $R = 10000$ ом. Напряжение на выходных клеммах его $V = 150$ в. При положении

движка ровно на середине вольтметр, подключенный к одно[му]
концу потенциометра и к движку, показывает напряжение
50 в. Определить показания вольтметра при положениях движ[ка]
на $\frac{1}{4}$ и на $\frac{1}{8}$ длины потенциометра. Сопротивление пр[о]
локи потенциометра пропорционально его длине.

Решение.



а) Определяем ток в цепи д[ля]
случая, когда движок находи[тся]
посредине:

$$J = \frac{150-50}{\frac{10000}{2}} = \frac{1}{50}\ a = 0{,}02\ a.$$

Сопротивление разветвления участка цепи AC:

$$R = \frac{U_1}{J}; \quad R = \frac{50}{0{,}02} = 2500\ ом.$$

Сопротивление вольтметра определяем из выражения:

$$2500 = \frac{5000 \cdot r}{5000 + r}; \text{ отсюда } r = 5000\ ом.$$

б) Сопротивление всей цепи, когда движок находится на $\frac{1}{4}$ дли[ны]
потенциометра:

$$R_ц = \frac{3}{4}R + \frac{\frac{1}{4}R \cdot r}{\frac{1}{4}R + r}; \quad R_ц = 7500 + \frac{2500 \cdot 5000}{2500 + 5000} = \frac{27500}{3}\ ома$$

Сопротивление разветвления: $R_{разв} = \frac{2500 \cdot 5000}{2500 + 5000} = \frac{5000}{3}$ ома.

Ток в цепи: $J = \frac{U}{R} = \frac{150 \cdot 3}{27500} = \frac{9}{550}\ a.$

Напряжение, показываемое вольтметром:

$$U_2 = J \cdot R_{разв}; \quad U_2 = \frac{9}{550} \cdot \frac{5000}{3} = \frac{300}{11} = 27{,}3\ в$$

в) Движок находится на $\frac{1}{8}$ длины потенциометра.

Сопротивление цепи: $R_ц = \frac{7}{8}R + \frac{\frac{1}{8}R \cdot r}{\frac{1}{8}R + r}$;

$$R_ц = 8750 + \frac{1250 \cdot 5000}{1250 + 5000} = 9750\ ом.$$

Сопротивление разветвления:

$$R_{разв} = \frac{1250 \cdot 5000}{1250 + 5000} = 1000\ ом.$$

Ток в цепи: $J = \frac{U}{R_ц}$; $J = \frac{150}{9750} = \frac{1}{65}$ а.

Напряжение, показываемое вольтметром в этом случае:

$U_3 = J \cdot R_{разв.}$; $U_3 = \frac{1}{65} \cdot 1000 = 15,4$ в.

Ответ: $U_2 = 27,3$ в; $U_3 = 15,4$ в.

№33.

К зажимам батареи, ЭДС которой $\mathcal{E} = 10$ в, а внутреннее сопротивление $r = 2$ ома, подключены параллельно две проволоки с сопротивлениями 3 ома и 4 ома. Рассчитайте, какое количество тепла выделяется: 1) в батарее 2) во всей цепи, если ток идёт в течение $t = 5$ мин.

Решение.

Сопротивление всей цепи: $R_ц = r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$;

$$R_ц = 2 + \frac{3 \cdot 4}{3+4} = 3\frac{5}{7} \text{ ома.}$$

Ток в цепи: $J = \frac{\mathcal{E}}{R_ц}$; $J = \frac{10}{3\frac{5}{7}} = 2\frac{9}{13}$ а.

Количество тепла, выделившееся во всей цепи за 5 минут:

$$Q_2 = 0,24 \cdot \left(2\tfrac{9}{13}\right)^2 \cdot 3\tfrac{5}{7} \cdot 300 = 1940 \text{ кал.}$$

Количество тепла, выделившееся в батарее за 5 минут:

$$Q_1 = 0,24 \cdot \left(\tfrac{35}{13}\right)^2 \cdot 2 \cdot 300 = 1044 \text{ кал.}$$

Ответ: $Q_1 = 1044$ кал.; $Q_2 = 1940$ кал.

№34.

Какую мощность можно передать по проводке с общей длиной $l = 1,5$ км, сделанной медным проводом сечением 18 мм²? Напряжение в месте отправления 230 в, допускаемая потеря напряжения 10%.

Решение.

Падение напряжения в проводах линии передачи:

$$u = kU_0\ ;\ u = 0,1 \cdot 230 = 23 \text{ в.}$$

Напряжение в конце линии передачи (у потребителя):

$$U_1 = U_0 - u \ ; \ U_1 = 230 - 23 = 207 \text{ в.}$$

Сопротивление линии передачи (считая её двухпроводной):

$$R = \rho \cdot \frac{2L}{S} \ ; \ R = 0{,}017 \cdot \frac{2 \cdot 1500}{18} = \frac{17}{6} \text{ ом.}$$

Ток в линии передачи:

$$J = \frac{u}{R} \ ; \ J = \frac{23 \cdot 6}{17} = \frac{138}{17} \text{ а.}$$

Передаваемая по линии мощность:

$$P_0 = J \cdot U_0 \ ; \ P_0 = \frac{138}{17} \cdot 230 = 1867 \text{ вт.}$$

Получаемая потребителем мощность:

$$P_1 = J \cdot U_1 \ ; \ P_1 = \frac{138}{17} \cdot 207 = 1680 \text{ вт.}$$

Ответ: передаваемая мощность 1867 вт, получаемая потребителем мощность 1680 вт.

№ 35.

Три вольтаметра, содержащие раствор $CuSO_4$, соединены последовательно; сопротивления вольтаметров соответственно 1 ом, 2 ома и 3 ома. В каком из них будет выделяться больше меди за один и тот же промежуток времени?

Решение

По первому закону Фарадея количество выделившегося на электродах вещества зависит только от величины тока и времени действия его и ни от каких других причин не зависит. Отсюда следует заключение, что во всех 3-х вольтаметрах количества меди, выделившейся на катоде будут одинаковыми, потому что одинаковы токи, одинаковы времена действия токов и одинаковы электролиты.

Ответ: во всех трех вольтаметрах выделятся одинаковые количества меди.

№ 36.

В одной и той же цепи включены последовательно два вольтаметра — один с азотнокислым серебром, другой — с медным купоросом. В течение часа пропускали ток, после чего обе катодные пластинки были взвешены. Оказалось, что одного металла выделилось больше, чем другого, на 10,5 г. Чему была равна величина тока?

Решение.

При последовательном соединении ток в обоих вольтаметрах один и тот же, одинаковы и времена действия токов.

Количество серебра, выделившееся в первом вольтаметре:

$$m_1 = k_1 J t.$$

Количество меди, выделившейся во втором вольтаметре:

$$m_2 = k_2 J t$$

Серебра выделилось больше, потому что электрохимический эквивалент серебра k_1 больше электрохимического эквивалента меди k_2.

$$m_1 - m_2 = (k_1 - k_2) J t,$$ — из этого уравнения:

$$J = \frac{m_1 - m_2}{(k_1 - k_2)\cdot t}.$$

Вычисление: $$J = \frac{10500}{(1{,}118 - 0{,}328)\cdot 3600} \approx 3{,}7 \text{ а}.$$

Ответ: $J \approx 3{,}7$ а.

№ 37

К зажимам батареи, ЭДС которой $\mathcal{E} = 20$ в, а внутреннее сопротивление $r = 1$ ом, подключены параллельно две проволоки: с сопротивлениями $R_1 = 10$ ом и $R_2 = 15$ ом. Определите полную мощность в проводниках.

Решение.

Сопротивление внешней цепи: $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6$ ом

Ток в цепи: $J = \frac{\mathcal{E}}{r + R} = \frac{20}{6+1} = \frac{20}{7}$ а.

Мощность во внешней цепи: $P = J^2 R = \left(\frac{20}{7}\right)^2 \cdot 6 = 49$ вт

Ответ: мощность во внешней цепи 49 вт.

№ 38.

Определить вес меди, потребной для устройства проводки длиной $l = 10$ км. Разность потенциалов на зажимах станции $V = 440$ в. Потеря напряжения в проводах линии $k = 6\%$. Передаваемая мощность $N = 50$ квт.

Решение.

Ток в проводах линии: $J = \frac{N}{V} = \frac{50000}{440} = \frac{1250}{11}$ а.

Падение напряжения в проводах линии передачи:

$u = kV$; $u = 0{,}06 \cdot 440 = 26{,}4$ в.

Сопротивление линии: $R = \frac{u}{J}$; $R = \frac{26{,}4 \cdot 11}{1250} = \frac{726}{3125}$ ом.

Считая линию двухпроводной, из формулы сопротивления $R = \rho \frac{2l}{S}$ находим сечение проводов: $S = \frac{2\rho l}{R}$.

$$S = \frac{2 \cdot 0{,}017 \cdot 10000 \cdot 3125}{726} = \frac{340 \cdot 3125}{726} \text{ мм}^2 = \frac{34 \cdot 3125}{7260} \text{ см}^2.$$

Вес провода: $P = dS \cdot 2l$; $P = \left(8{,}9 \cdot \frac{34 \cdot 3125}{7260} \cdot 2 \cdot 10^6\right)$ г $= 260$ тон.

В общем виде: $P = \frac{4 d \rho l^2 N}{k V^2}$.

Ответ: вес меди для провода около 260 тонн.

№ 39.

Определить количество меди (тонн), потребной для приготовления проволоки длиной 5 км. Напряжение на станции 240 вольт. Передаваемая потребителю мощность 60 квт. Допускаемая потеря напряжения в проводке 8%.

Решение.

Ток в проволоке: $J = \frac{N}{U}$; $J = \frac{60000}{240} = 250\,а.$

Падение напряжения в проводах: $u = kU$; $u = 0{,}08 \cdot 240 = 19{,}2\,в.$

Сопротивление проволоки: $R = \frac{u}{J}$; $R = \frac{19{,}2}{250} = 0{,}0768$ ома.

Из формулы: $R = \rho\frac{l}{S}$ определяем сечение проволоки: $S = \frac{\rho l}{R}$.

$$S = \frac{0{,}017 \cdot 5000}{0{,}0768} = \frac{3125 \cdot 17}{48}\,мм^2 = \frac{125 \cdot 17}{48 \cdot 4}\,см^2.$$

Вес провода: $P = dSl$; $P = \left(8{,}9 \cdot \frac{125 \cdot 17}{48 \cdot 4} \cdot 5 \cdot 10^5\right)г = 49{,}3$ тонн.

Ответ: вес меди для проволоки 49,3 тонн.

№ 40.

Общая длина проводов от электростанции до места потребления равна 1000 м. Напряжение на шинах станции $U = 120\,в$. Потеря напряжения от станции до места потребления составляет $k = 10\%$ напряжения на шинах. Мощность у потребителя должна быть $N = 6$ квт. Какого сечения надо взять медный провод для проводки? Как изменится вес меди, потребной для проводки, если увеличить напряжение на шинах станции в $n = 100$ раз?

Решение.

1) Падение напряжения в проводах линии:

$$u = kU; \quad u = 0{,}1 \cdot 120 = 12\,в.$$

Напряжение в конце линии (у потребителя):

$$U_1 = U - u; \quad U_1 = 120 - 12 = 108\,в$$

Ток в проводах линии: $J = \frac{N}{U_1}$; $J = \frac{6000}{108} = \frac{500}{9}\,а.$

Сопротивление проводов линии: $R = \frac{u}{J}$; $R = \frac{12 \cdot 9}{500} = 0{,}216$ ом.

Сечение проводов линии: $S = \frac{\rho l}{R}$; $S = \frac{0{,}017 \cdot 1000}{0{,}216} = 78{,}7\,мм^2.$

2) Напряжение на шинах станции увеличено в n раз.

$U_2 = nU$; $U_2 = 100 \cdot 120 = 12000\,в$; $u_2 = kU_2$; $u_2 = 0{,}1 \cdot 12000 = 1200\,в.$

$U' = U_2 - u_2$; $U' = 12000 - 1200 = 10800\,в$; $J_2 = \frac{6000}{10800} = \frac{5}{9}\,а.$

$R = \frac{u_2}{J_2}$; $R = \frac{1200 \cdot 9}{5} = 2160$ ом; $S = \frac{\rho l}{R}$; $S = \frac{0,017 \cdot 1000}{2160} = 0,00787$ мм^2

3) Отношение весов меди равно отношению сечений проводов:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{78,7}{0,00787} = 10000 = 100^2 = n^2 \text{ (раз)}.$$

Ответ: $S = 78,7$ мм^2; увеличение напряжения в 100 раз уменьшит вес меди в 100^2 раз.

N 41.

При лампочки в 10, 20 и 50 свечей включены в городскую цепь ($V = 120$ в). последовательно и служат для нагревания воды, каждая в своем сосуде. При нормальном горении в городской цепи лампочки расходуют по 0,8 вт. на свечу. Сколько теплоты выделится за 10 минут в каждом из трех сосудов? Сравнить общее количество тепла, выделенное всеми лампочками, с количеством, которое выделяется за то же время при параллельном соединении.

Решение.

Мощности каждой из ламп при нормальном (параллельном) включении в сеть:

$N_1 = 0,8 \cdot 10 = 8$ вт; $N_2 = 0,8 \cdot 20 = 16$ вт; $N_3 = 0,8 \cdot 50 = 40$ вт.

Сопротивления ламп (каждой в отдельности) по формуле: $R = \frac{V^2}{N}$

$R_1 = \frac{120^2}{8} = 1800$ ом; $R_2 = \frac{120^2}{16} = 900$ ом; $R_3 = \frac{120^2}{40} = 360$ ом.

Сопротивление всех ламп при последовательном включении в сеть:

$R = R_1 + R_2 + R_3$; $R = 1800 + 900 + 360 = 3060$ ом.

Ток в цепи: $J = \frac{V}{R}$; $J = \frac{120}{3060} = \frac{2}{51}$ а.

Тепло, выделившееся в первой лампе: $Q_1 = 0,24 \cdot J^2 \cdot R_1 t$.

$$Q_1 = 0,24 \cdot \left(\frac{2}{51}\right)^2 \cdot 1800 \cdot 600 = 400 \text{ кал.}$$

Тепло, выделившееся во второй лампе: $Q_2 = 0,24 \cdot J^2 \cdot R_2 t$

$$Q_2 = 0,24 \cdot \left(\frac{2}{51}\right)^2 \cdot 900 \cdot 600 = 200 \text{ кал.}$$

Тепло, выделившееся в 3-й лампе: $Q_3 = 0{,}24 \cdot J^2 \cdot R_3 \cdot t$.

$$Q_3 = 0{,}24 \cdot \left(\frac{2}{51}\right)^2 \cdot 360 \cdot 600 = 80 \text{ кал.}$$

Во всех трех лампах выделилось тепла: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$.

$$Q = 400 + 200 + 80 = 680 \text{ кал.}$$

а) При параллельном (нормальном) включении лампы будут потреблять из сети мощность: $N = 8 + 16 + 40 = 64$ вт.

Общее количество теплоты, выделившееся в лампах при параллельном включении за 10 минут: $Q = 0{,}24 \cdot N t$.

$$Q = 0{,}24 \cdot 64 \cdot 600 = 9216 \text{ кал.}$$

б) Количество теплоты, выделившееся в лампах при параллельном включении, превышает количество тепла, выделившееся при последовательном включении в $\frac{9216}{680} = 13{,}6$ раза.

Ответ: $Q_1 = 400$ кал; $Q_2 = 200$ кал; $Q_3 = 80$ кал.

При параллельном включении в лампах выделится в 13,6 раз больше тепла, нежели при последовательном включении.

№ 42.

К зажимам батареи, ЭДС которой $\mathcal{E} = 20$ в и внутреннее сопротивление $r = 4$ ома, приключены параллельно две проволоки с сопротивлениями 3 ома и 4 ома. Каковы мощности, выделяющиеся в батарее и во внешней цепи?

Решение.

Сопротивление внешней цепи: $R = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} = \frac{3 \cdot 4}{3+4} = \frac{12}{7}$ ома.

Ток в цепи: $J = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$; $J = \frac{20}{4 + \frac{12}{7}} = \frac{7}{2}$ а $= 3{,}5$ а.

Мощность, выделяющаяся внутри батареи:

$$P_1 = J^2 r = \left(\frac{7}{2}\right)^2 \cdot 4 = 49 \text{ вт.}$$

Мощность, выделяющаяся во внешней цепи:

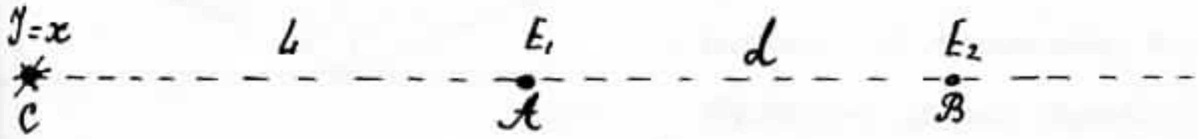
$$P_2 = J^2 R = (3{,}5)^2 \cdot \frac{12}{7} = 21 \text{ вт.}$$

Ответ: $P_1 = 49$ вт; $P_2 = 21$ вт.

№43.

Требуется измерить силу света неподвижного источника света. Подойти к источнику мы не можем и также не знаем расстояния от него до доступных нам точек. В нашем распоряжении имеются фотометр, позволяющий измерять освещенность, и масштаб для измерения длин.

Решение.



Считая точки C, A и B расположенными на прямой CB, обозначим силу света источника I буквой x, недоступное для измерения расстояние $CA = L$, а измеренное расстояние $AB = d$, имеем на основании закона освещенности:

$$E_1 = \frac{x}{L^2}; \quad E_2 = \frac{x}{(L+d)^2}; \text{ отсюда: } E_1L^2 = E_2L^2 + 2E_2dL + E_2d^2.$$

$(E_1 - E_2)L^2 - 2E_2dL - E_2d^2 = 0$. При решении этого уравнения относительно L получаем:

$$L = d \cdot \frac{E_2 \pm \sqrt{E_1E_2}}{E_1 - E_2};$$

Для решения задачи используем только положительный корень: $L = d \cdot \frac{E_2 + \sqrt{E_1E_2}}{E_1 - E_2}$. Подставляем это значение L в выражение для силы света источника: $x = E_1L^2$ и получаем:

$$x = E_1L^2 = d^2 \cdot \frac{E_1E_2^2 + 2E_1E_2\sqrt{E_1E_2} + E_1^2E_2}{(E_1 - E_2)^2}; \text{ после упрощения:}$$

$$x = d^2 \cdot \frac{E_1E_2}{(\sqrt{E_1} - \sqrt{E_2})^2}$$

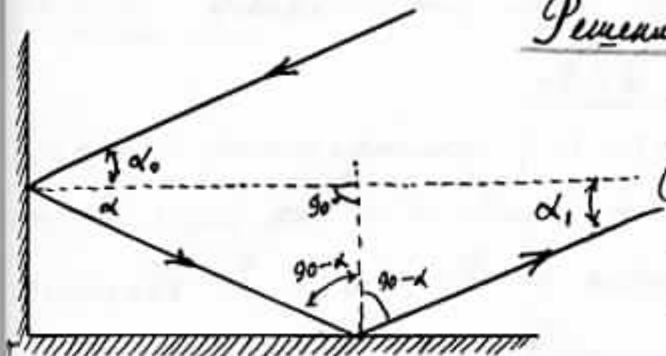
Ответ: Искомая сила света источника:

$$I = d^2 \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{(\sqrt{E_1} - \sqrt{E_2})^2}.$$

№44.

Луч света падает на два плоских зеркала, поставленных под углом 90°. Какой угол составит направление луча после отражения с направлением падающего луча?

Решение.

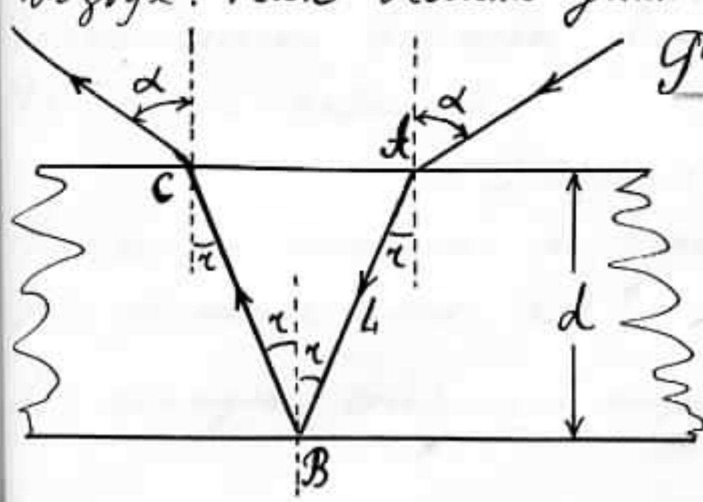


Предполагаем, что все лучи (падающий и оба отраженные) лежат в одной плоскости, - именно, в плоскости, перпендикулярной линии пересечения зеркал О, иначе задача не имеет однозначного решения. Падающий и отраженный от второго зеркала лучи параллельны друг другу, потому что равны углы α_0 и α_1, а они являются внутренними накрест лежащими при двух прямых, пересеченных третьей.

Ответ: отраженный от второго зеркала луч параллелен падающему, но идет в обратную сторону.

№45

Луч света под углом $\alpha = 64°10'$ падает на стеклянную пластинку ($n = 1,5$), толщина которой $d = 5$ мм. Преломившись на поверхности, луч отражается от второй поверхности и, преломившись вторично, снова выходит в воздух. Как велика длина пути луча в стекле?



Решение

$$AB + BC = 2L.$$

$$L = \frac{d}{\cos r} = \frac{d}{\sqrt{1-\sin^2 r}} = \frac{dn}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$$

$$2L = 2d\cdot\frac{n}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}.$$

Вычисление: $2L = 2\cdot 5\cdot\frac{1,5}{\sqrt{1,5^2-0,9^2}} = 12,5$ мм.

Ответ: длина пути луча в стекле 12,5 мм.

№46

Кадрик кинокартины (18×24) мм^2 проектируется на экран, отстоящий от объектива на 20 м, и при этом покрывает площадь 2,75 м^2. Чему равно фокусное расстояние объектива?

Решение.

Определяем величину линейного увеличения размеров кадрика на экране, обозначив её буквой „к":

$18к\cdot 24к = 2750000$; $432к^2 = 2750000$; $к^2 = 6366$.

$к = 79,8$. Это увеличение $к = \frac{f}{d}$, отсюда: $d = \frac{f}{к}$. Округлив число 79,8 до 80, находим: $d = \frac{20}{80} = 0,25$ м.

Из формулы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{f}+\frac{1}{d}$ определяем величину F:

$F = \frac{df}{d+f}$; $F = \frac{0,25\cdot 20}{0,25+20} = 24,2$ см $=$

Ответ: фокусное расстояние объектива 24 см.

№47

Диапозитив имеет размеры 5 см × 5 см. Определить оптическую силу собирающей линзы, служащей ~~линз~~ объективом проекционного фонаря, если изображение диапозитива на экране должно иметь размеры 2 м × 2 м. Расстояние от объектива до экрана равно 4 м.

Решение.

Увеличение линейных размеров: $к = \frac{H}{h}$; $к = \frac{200}{5} = 40$ (раз).

Это увеличение равно: $к = \frac{f}{d}$, отсюда: $d = \frac{f}{к} = \frac{400}{40} = 10$ см

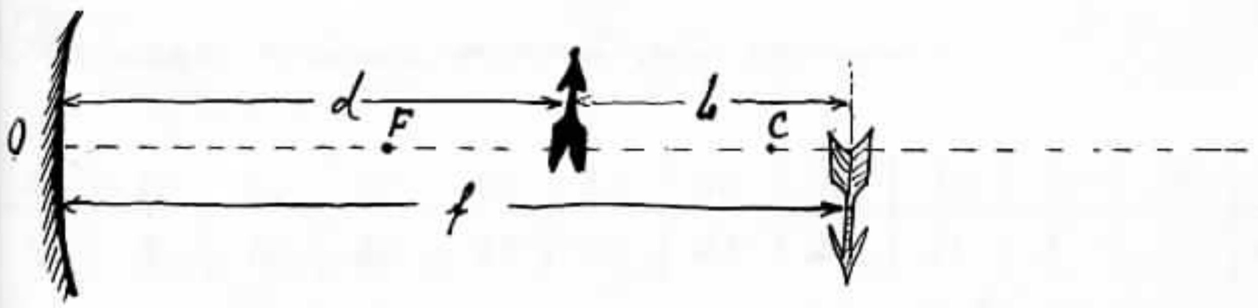
Из формулы собирающей линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d}+\frac{1}{f}$ определяем фокусное расстояние объектива: $F = \frac{df}{d+f}$, а оптическая сила его: $D = \frac{d+f}{df}$; вычисление: $D = \frac{0,1+4}{0,1\cdot 4} = 10,25$ диоптрий.

Ответ: оптическая сила объектива 10,25 диоптрий.

№48.

Источник света расположен на главной оптической оси вогнутого зеркала. Изображение его получается в точке, отстоящей от зеркала на $L = 20$ см. дальше, чем источник. Изображение в $K = 1,5$ раза больше источника. Определить радиус кривизны зеркала.

Решение.



$k = 1,5 = \frac{f}{d}$; $f - d = 20$см.; $f = 1,5d$; $1,5d - d = 20$; $d = 40$см; $f = 60$см.

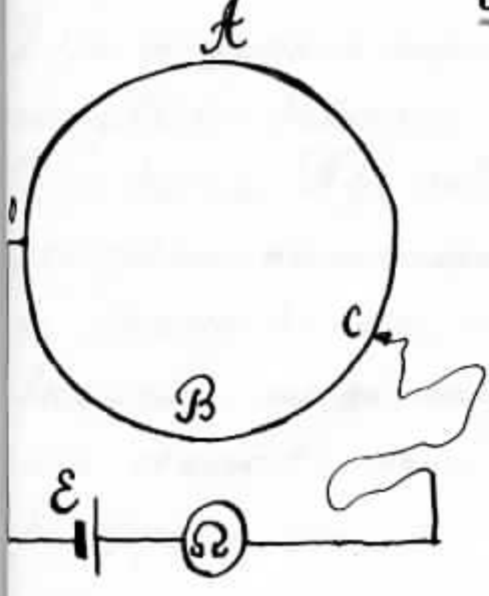
$F = \frac{df}{d+f}$; $F = \frac{40\cdot 60}{40+60} = 24$см; $R = 2F$; $R = 2\cdot 24 = 48$см.

Ответ: радиус кривизны зеркала 48 см.

№49.

Из проволоки с сопротивлением $R = 100$ ом сделано кольцо. Один провод от омметра присоединён к одной точке кольца, а второй передвигается по нему. Начертите график зависимости общего сопротивления кольца от положения второго контакта (не менее, чем по 8 точкам).

Решение.



Контакт C может перемещаться по кольцу в произвольное положение.
Пусть сопротивление дуги OAC кольца есть x, тогда сопротивление дуги OBC кольца есть $R-x$, а сопротивление всего кольца при включении на точки O и C окажется:

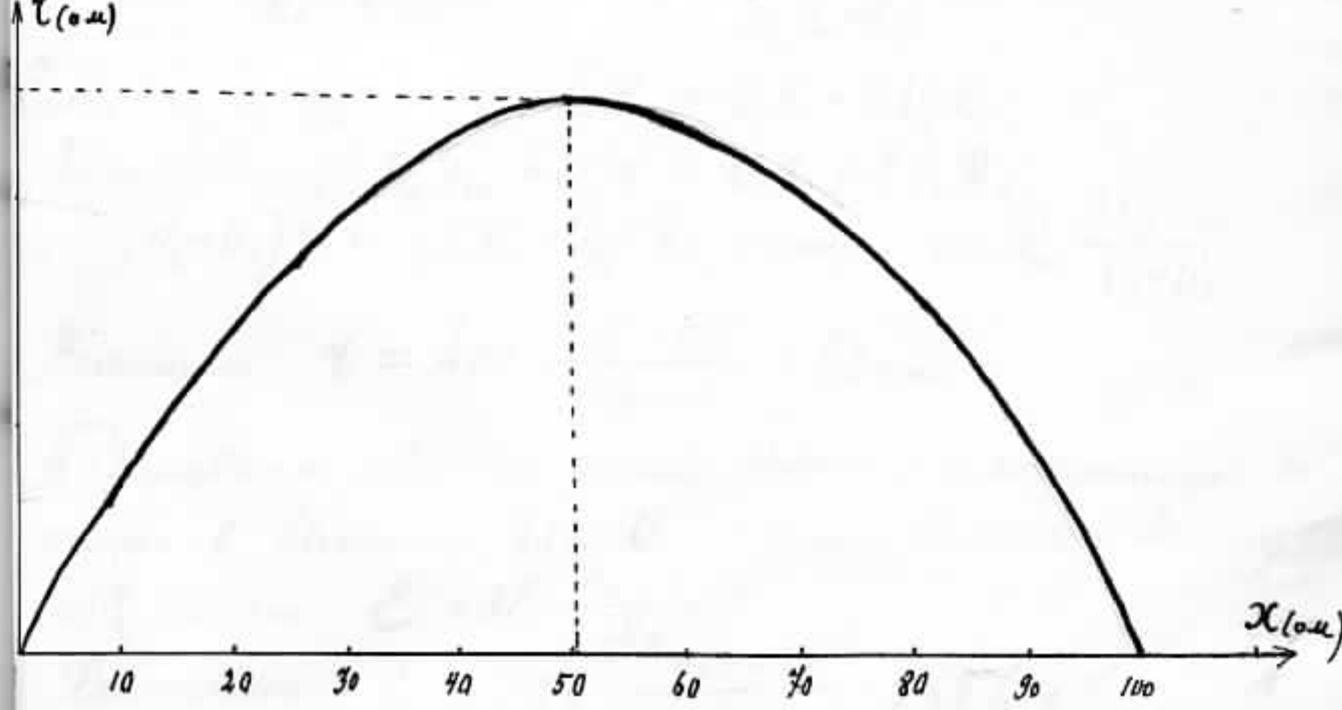
$$r = \frac{(R-x)\cdot x}{R} = \frac{Rx - x^2}{R}$$

$R = 100$ ом; $r = \dfrac{100x - x^2}{100}$; $r = x - \dfrac{x^2}{100}$.

Таблица частных значений это функции:

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	ом
r	9	16	21	24	25	24	21	16	9	0	ом

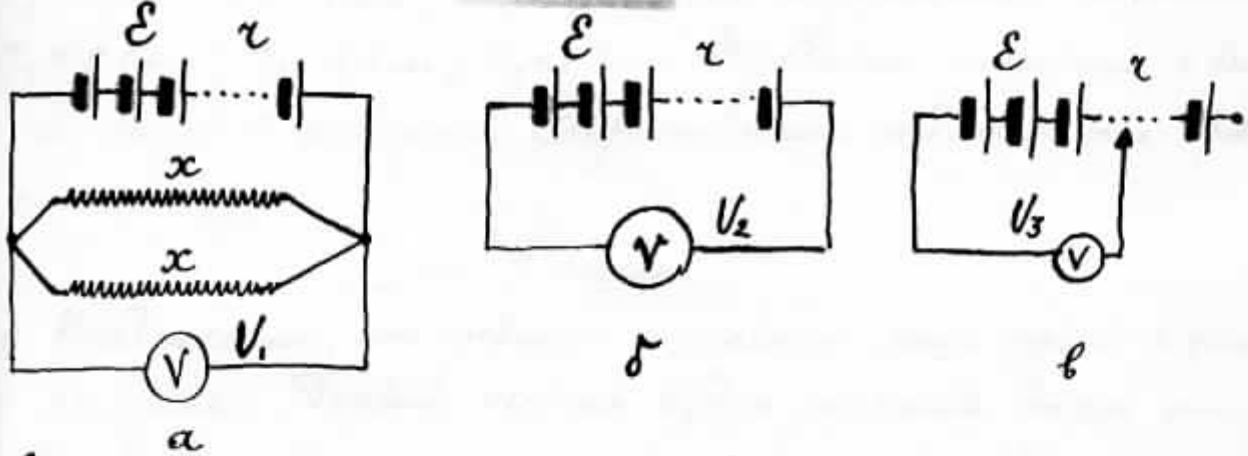
На основании этой таблицы частных значений вычерчиваем график зависимости сопротивления системы от места положения контакта C на кольце, считая в омах от точки O.



№ 50

Для определения сопротивлений двух одинаковых реостатов использованы: батарея элементов и вольтметр с сопротивлением $R_0 = 400$ ом. При соединении реостатов параллельно вольтметр показывает напряжение $U_1 = 115{,}5$ в. При включении вольтметра на клеммы батареи он показывает напряжение $U_2 = 126$ в, а при включении на половину батареи $U_3 = 66$ в. Определите сопротивление одного реостата R. Сопротивление соединительных проводов не учитывать.

Решение.



Сопоставляем друг с другом выражения для U_2 и U_3:

$$U_2 = \frac{\mathcal{E}\cdot R_0}{R_0 + r}\quad ; \qquad U_3 = \frac{\mathcal{E}\cdot R_0}{2\left(\frac{r}{2} + R_0\right)}\,;$$

$$\mathcal{E}_0 R_0 = U_2 R_0 + U_2 r \quad ; \qquad \mathcal{E} R_0 = U_3 r + 2U_3 R_0 .$$

Уравнение: $U_2 R_0 + U_2 r = U_3 r + 2U_3 R_0$.

$$(U_2 - U_3)r = (2U_3 - U_2)\cdot R_0, \text{ откуда: } r = R_0 \cdot \frac{2U_3 - U_2}{U_2 - U_3}.$$

Вычисление: $r = 400\cdot\dfrac{2\cdot 66 - 126}{126 - 66} = 40$ ом.

Подставляем найденное значение внутреннего сопротивления батареи в выражение для U_2, а затем вычисляем величину ЭДС батареи: $\mathcal{E} = U_2\cdot\dfrac{R_0 + r}{R_0}$.

Вычисление: $\mathcal{E} = 126\cdot\dfrac{400+40}{400} = 138{,}6$ в.

Составляем выражение для U_1: $U_1 = \mathcal{E}\cdot\frac{R_0 x}{R_0 x + r x + 2R_0 x}$.

Отсюда: $x = \frac{2U_1 R_0 r}{\mathcal{E}R_0 - U_1(R_0+r)}$;

Вычисление: $x = \frac{2\cdot 115{,}5\cdot 400\cdot 40}{138{,}6\cdot 400 - 115{,}5\cdot(400+40)} = 800$ ом.

Ответ: сопротивление каждого реостата равно 800 ом.

№51.

Три элемента соединены параллельно. ЭДС их: $\mathcal{E}_1 = 2$ в; $\mathcal{E}_2 = 1{,}8$ в; $\mathcal{E}_3 = 1{,}5$ в, а внутренние сопротивления соответствен $r_1 = 0{,}1$ ома; $r_2 = 0{,}2$ ома; $r_3 = 0{,}3$ ом. Определите направление и велич ны токов в элементах. Сопротивлением соединительных провод пренебречь.

Решение.

1) Предположим, что соединены параллельно лишь первый и второй элементы. Первый элемент будет заряжать второй током: $I_{12} = \frac{\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_2}{r_1+r_2}$. Напряжение на зажимах первого элемента окажется равным разности между его ЭДС и падением напряжения внутр него: $\mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}_1 - I_{12}\cdot r_1 = \mathcal{E}_1 - \frac{\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_2}{r_1+r_2}\cdot r_1$, окончательно:

$$\mathcal{E}_{12} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1+r_2}.$$

Теперь первые два элемента мы можем заменить одним с ЭДС, равной $\mathcal{E}_{12}$ и внутренним сопротивлением $r_{12} = \frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}$.

2) Присоединяем 3-й элемент параллельно тому элементу, который сочетает в себе свойства первых двух. Рассуждаем аналогично:

$I_3 = \frac{\mathcal{E}_{12}-\mathcal{E}_3}{r_{12}+r_3}$; $\mathcal{E}_{\text{б}} = \mathcal{E}_{12} - I_3\cdot r_{12} = \mathcal{E}_{12} - \frac{\mathcal{E}_{12}-\mathcal{E}_3}{r_{12}+r_3} = \frac{\mathcal{E}_{12}\cdot r_3 + \mathcal{E}_3\cdot r_{12}}{r_{12}+r_3}$.

Подставляем в это выражение $\mathcal{E}_{12} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1+r_2}$ и $r_{12} = \frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}$ после упрощений получаем выражение для $\mathcal{E}_{\text{б}}$:

$$\mathcal{E}_\Gamma = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 r_3 + \mathcal{E}_2 r_1 r_3 + \mathcal{E}_3 r_1 r_2}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3}$$

а) Определяем величину тока, протекающего через первый элемент

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_{23}}{r_1 + r_{23}} = \frac{\mathcal{E}_1 - \frac{\mathcal{E}_2 r_3 + \mathcal{E}_3 r_2}{r_2 + r_3}}{r_1 + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_1 r_3 - \mathcal{E}_2 r_3 - \mathcal{E}_3 r_2}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3}$$

Вычисление: $i_1 = \frac{2\cdot 0{,}2 + 2\cdot 0{,}3 - 1{,}8\cdot 0{,}3 - 1{,}5\cdot 0{,}2}{0{,}1\cdot 0{,}2 + 0{,}2\cdot 0{,}3 + 0{,}1\cdot 0{,}3} = 1\frac{5}{11}\,a \approx 1{,}455\,a.$

Направление этого тока совпадает с полярностью этого элемента.

б) Определяем величину тока, протекающего через второй элемент:

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_{13}}{r_2 + \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3}} = \frac{\mathcal{E}_2 - \frac{\mathcal{E}_1 r_3 + \mathcal{E}_3 r_1}{r_1 + r_3}}{r_2 + \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3}} = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 + \mathcal{E}_2 r_3 - \mathcal{E}_1 r_3 - \mathcal{E}_3 \cdot r_1}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3}.$$

Вычисление: $i_2 = \frac{1{,}5\cdot 0{,}1 + 1{,}8\cdot 0{,}3 - 2\cdot 0{,}3 - 1{,}5\cdot 0{,}1}{0{,}1\cdot 0{,}2 + 0{,}2\cdot 0{,}3 + 0{,}1\cdot 0{,}3} = -\frac{3}{11}\,a \approx -0{,}273\,a$

Направление этого тока противоположно полярности этого элемента.

в) Определяем величину тока, протекающего через 3-й элемент:

$$i_3 = \frac{\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_{12}}{r_3 + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} = \frac{\mathcal{E}_3 - \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2}}{r_3 + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} = \frac{\mathcal{E}_3 r_1 + \mathcal{E}_3 r_2 - \mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3}.$$

Вычисление: $i_3 = \frac{1{,}5\cdot 0{,}1 + 1{,}5\cdot 0{,}2 - 2\cdot 0{,}2 - 1{,}8\cdot 0{,}1}{0{,}1\cdot 0{,}2 + 0{,}2\cdot 0{,}3 + 0{,}1\cdot 0{,}3} = -1\frac{2}{11}\,a = -1{,}182$

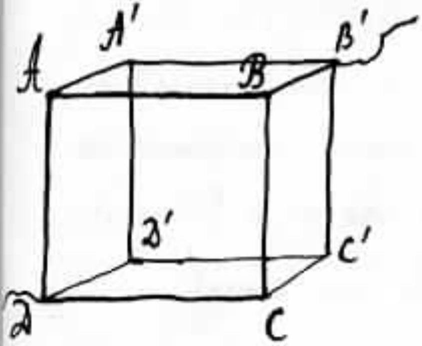
Направление этого тока противоположно полярности элемента.

Ответ: $i_1 = 1\frac{5}{11}\,a$ в согласии с полярностью элемента,
$i_2 = -\frac{3}{11}\,a$ противоположно полярности элемента,
$i_3 = -1\frac{2}{11}\,a$ противоположно полярности элемента.

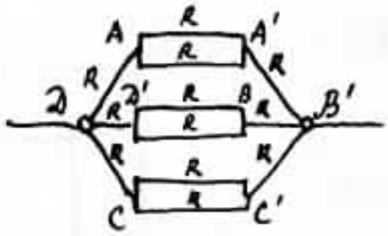
№52.

Из проволоки изготовлен скелет куба так, что сопротивление каждого ребра его $R = 1$ ом. Какую величину сопротивления покажет омметр, если мы будем подключать его к разным вершинам куба. Дайте все возможные ответы.

Решение.



1) Пусть куб включен в сеть вершинами ДB' (или AC', CA', BД'). Плоская развертка сопротивлений в этом случае может представиться так:

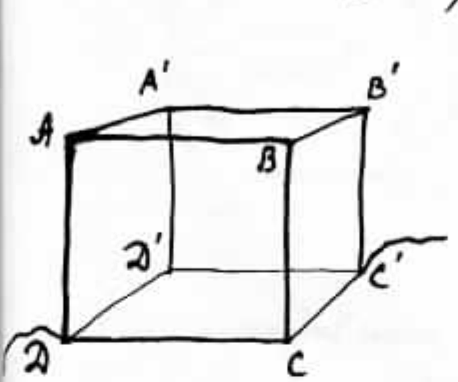


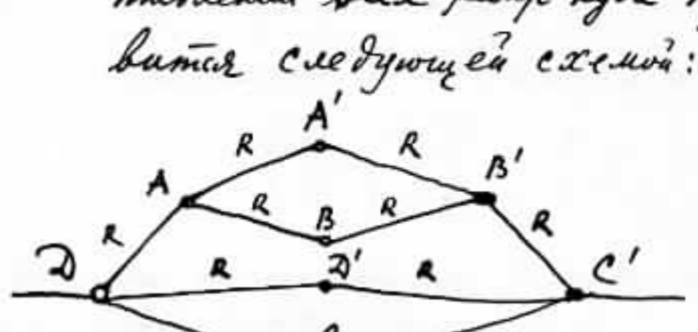
Точки A, Д' и C имеют одинаковые потенциалы.
Точки A', B и C' тоже имеют одинаковые потенциалы.
Полное сопротивление всей системы выразится так:

$$r = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5}{6}R$$

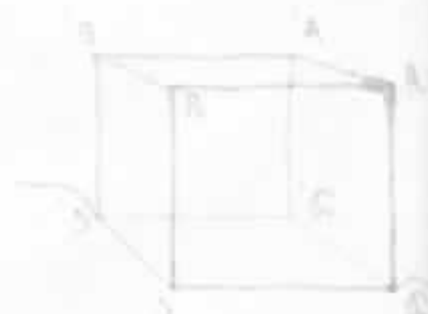
Вычисление: $r = \frac{5}{6}\cdot 1 = \frac{5}{6}$ ома $= 0{,}83$ ома.

2) Пусть куб включён в сеть вершинами Д и C' (или другой, тождественной этой, парой вершин). Плоская развертка сопротивлений всех ребер куба представится следующей схемой:





Потенциалы вершин A' и Д' одинаковы, потенциалы вершин B и C* одинаковы в силу симметрии относительно вершин Д и C.



...вно $1\frac{2}{5}R$. Это сопротивление включено параллельно сопротивлению $DC = R$. Окончательно, полное сопротивление всех ребер куба при таком включении:

$$r = \frac{1\frac{2}{5}R \cdot R}{1\frac{2}{5}R + R} = {}^{7}/_{12}R, \text{ а при } R = 1 \text{ ому } r = \frac{7}{12} \text{ ома.}$$

Ответ: $r_1 = \frac{5}{6}$ ома; $r_2 = \frac{3}{4}$ ома; $r_3 = \frac{7}{12}$ ома.

Иных включений на две вершины куба нет.

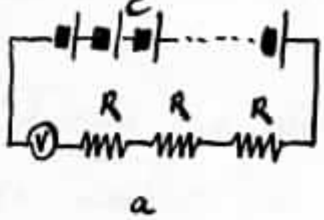
№ 53

Для определения сопротивления трех одинаковых реостатов использованы: батарея аккумуляторов и вольтметр с сопротивлением $R_0 = 400$ ом. При последовательном соединении всех реостатов вольтметр показывает напряжение $U_1 = 8$ в, а при соединении их параллельно друг другу вольтметр показывает напряжение $U_2 = 40$ в. Определите сопротивление R одного реостата. Сопротивлением соединительных проводов и батареи пренебречь.

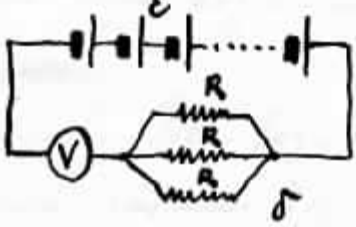
Решение.

Условие задачи не оговаривает, как включён вольтметр, — последовательно с реостатами или параллельно.

I Если вольтметр включён последовательно с реостатами в обоих случаях, то имеем такое решение.



а



б

$\mathcal{E} = U_1 + \frac{U_1}{R_0} \cdot 3R$ (из схемы цепи а).

$\mathcal{E} = U_2 + \frac{U_2}{R_0} \cdot \frac{1}{3}R$ (из схемы цепи б). Отсюда уравнение:

$U_1 + \frac{U_1}{R_0} \cdot 3R = U_2 + \frac{U_2}{R_0} \cdot \frac{1}{3}R$; отсюда: $R = 3R_0 \cdot \frac{U_2 - U_1}{9U_1 - U_2}$.

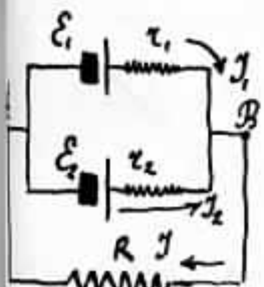
Вычисление: $R = 3 \cdot 400 \cdot \frac{40-8}{9 \cdot 8 - 40} = 1200$ ом

Ответ: сопротивление каждого реостата 1200 ом.

№54.

Два элемента включены параллельно на сопротивление R. ЭДС элементов: $\mathcal{E}_1 = 2$в и $\mathcal{E}_2 = 1,5$в, а внутренние сопротивления соответственно: $r_1 = 0,2$ом и $r_2 = 0,5$ом. Гальванометр очень большой чувствительности, включенный последовательно со вторым элементом, не обнаруживает тока. Определите величину сопротивления R и величину идущего по нему тока I. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

Решение.



По условию задачи $I_2 = 0$, следовательно, $I = I_1$, значит, $U_{AB} = \mathcal{E}_2$; ток $I = \frac{\mathcal{E}_2}{R} = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1}$;

$$I = \frac{2 - 1,5}{0,2} = 2,5\text{а}.$$

Сопротивление внешней цепи R:

$$R = \frac{\mathcal{E}_2}{I}; \quad R = \frac{1,5}{2,5} = 0,6\text{ом}.$$

Ответ: $R = 0,6$ом; $I = 2,5$а.

№55.

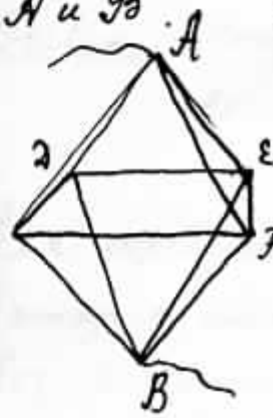
Из проволоки изготовлены скелеты октаэдра и тетраэдра так, что сопротивление каждого ребра их $R = 1$ом. Какое сопротивление покажет омметр, если мы будем подключать его к разным вершинам каждого из тел. Дайте три различных ответа.

Решение

I Пусть дан проволочный тетраэдр. Все возможные включения его на любые две вершины тождественны друг другу.

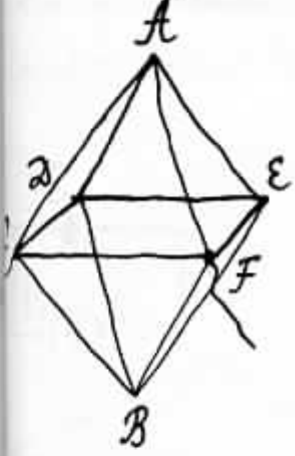
Пусть включение произведено на вершины А и Д. Потенциалы точек В и С при таком включении одинаковы (в силу симметрии расположения этих точек относительно вершин А и Д. Это обстоятельство позволяет изъять из схемы провод ВС. Между точками А и Д окажутся три, включенные параллельно, ветви: ДА, сопротивление которой $=R$, АСД с сопротивлением 2ома и АВД с сопротивлением 2ома. Совокупность этих трех ветвей дает сопротивление $0{,}5R = 0{,}5$ома.

II Пусть дан проволочный октаэдр, включенный вершинами А и В.

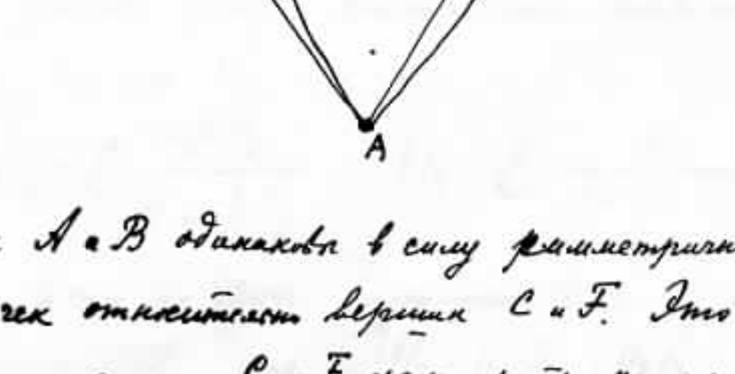


Потенциалы точек С, Д, Е и F одинаковы в силу симметрии расположения их относительно вершин А и В. Значит, провода СД, ДЕ, ЕF и FС можно изъять. Тогда между точками А и В окажутся включенными параллельно четыре ветви с сопротивлениями 2R каждая. Совокупность этих четырех параллельных ветвей даст сопротивление $0{,}5R = 0{,}5$ома.

III. Пусть проволочный октаэдр включен в сеть вершинами С и F (или двумя другими, лежащими на концах любого из ребер).



Все двенадцать сопротивлений можно расположить в такую плоскую схему.



Потенциалы точек А и В одинаковы в силу симметричного расположения этих точек относительно вершин С и F. Это обстоятельство позволяет между точками С и F усмотреть четыре, включенные параллельно, ветви: 1) CF с сопротивлением 1 ом, 2) CBF с сопротивлением 2 ома; 3) $CD(AB)EF$ с сопротивлением 2,5 ома; 4) CAF с сопротивлением 2 ома. Общее сопротивление совокупности этих четырех ветвей равно $\frac{5}{12}$ ома.

Включение на вершины D и F, C и E тождественно включению на вершины A и B.

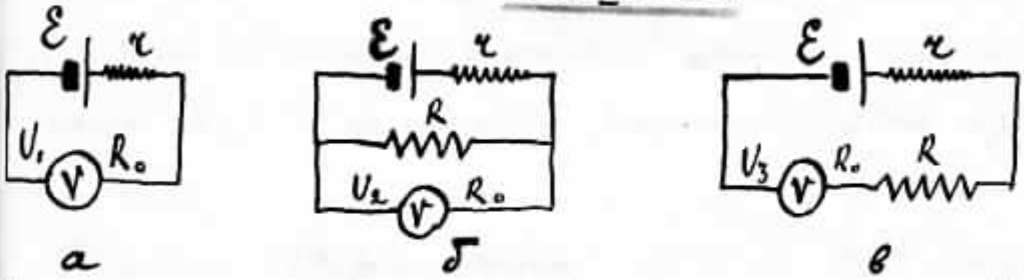
<u>Ответ:</u> Сопротивление тетраэдра 0,5 ома

Сопротивления октаэдра а) 0,5 ома и б) $\frac{5}{12}$ ома.

№ 56.

Для определения сопротивления реостата R использованы батарея элементов и вольтметр. При включении вольтметра без реостата он показывает напряжение $U_1 = 45$ в. При включении реостата параллельно ему вольтметр показывает напряжение $U_2 = 40$ в. При включении реостата последовательно с ним вольтметр показывает напряжение $U_3 = 18$ в. Сопротивление вольтметра $R_0 = 30$ ом. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь. Определить величину сопротивления R.

Решение.



а б в

Основываясь на законе Ома, составляем выражения для напряжений U_1, U_2 и U_3.

$$U_1 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_0}{r + R_0}; \quad U_2 = \mathcal{E} \cdot \frac{\frac{R_0 R}{R_0 + R}}{r + \frac{R_0 R}{R_0 + R}}; \quad U_3 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_0}{r + R + R_0}.$$

Делим почленно друг на друга выражения для U_1 и U_3:

$$\frac{U_1}{U_3} = \frac{r + R_0 + R}{r + R_0}; \text{ отсюда: } r = \frac{(U_3 - U_1)R_0 + U_3 R}{U_1 - U_3}$$

Продолжение решения в буквенном виде очень громоздко, поэтому в выражение для r подставляем числовые значения величин.

$$r = \frac{(18-45)\cdot 30 + 18\cdot R}{18-45} = \frac{2R-90}{3} \quad (*)$$

Делим почленно выражение для U_1 на выражение для U_2:

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{rR_0 + rR + RR_0}{rR + RR_0}$ или: $U_1 rR + U_1 RR_0 = U_2 rR_0 + U_2 rR + U_2 RR_0$, отсюда:

$$r = \frac{(U_1 - U_2)RR_0}{U_2(R+R_0) - U_1 R}$$; после подстановки числовых значений величин

$r = \frac{30R}{240-R}$ $(**)$. Сопоставляем найденные для r выражения и пишем уравнение:

$$\frac{2R-90}{3} = \frac{30R}{240-R}$$; отсюда получаем квадратное уравнение:

$R^2 - 240R + 10800 = 0$. Это уравнение даёт два корня:

$R_1 = 60$ом; $R_2 = 180$ом. Который из этих корней удовлетворяет условию задачи?

I При подстановке в основные уравнения напряжений значения корня $R_1 = 60$ом получаем значение $r_1 = 10$ом и значение $\mathcal{E}_1 = 60$в.

II При подстановке в основные уравнения напряжений значения корня $R_2 = 180$ом получаем значение $r_2 = 90$ом и значение для $\mathcal{E}_2 = 180$в.

Таким образом, ответ: а) если ЭДС батареи 60в, её внутреннее сопротивление 10ом, то сопротивление реостата 60ом.
б) если ЭДС батареи 180в, а её внутреннее сопротивление 90ом, то сопротивление реостата 180ом.

Ответ: указанному в задаче комплекту показаний вольтметра удовлетворяют два значения сопротивления реостата:

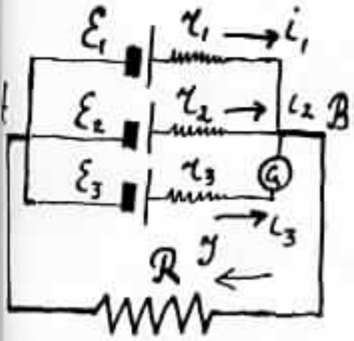
$R_1 = 60$ом и $R_2 = 180$ом.

Условие задачи требует дополнительных данных.

№ 57

Три элемента включены параллельно реостату R. ЭДС элементов: $\mathcal{E}_1 = 2$ в; $\mathcal{E}_2 = 1,7$ в; $\mathcal{E}_3 = 1,6$ в., а внутренние сопротивления их соответственно: $r_1 = 0,3$ ома; $r_2 = r_3 = 0,1$ ома. Включенный последовательно с элементом $\mathcal{E}_3$ чувствительный гальванометр не обнаруживает тока. Определите величину сопротивления реостата R и значения тока в остальных частях цепи.

Решение.



По условию задачи $i_3 = 0$, значит $U_{AB} = \mathcal{E}_3 = 1,6$ в.

Ток через первый элемент:

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3}{r_1} = \frac{2-1,6}{0,3} = \frac{4}{3} \text{ а}.$$

Ток через второй элемент:

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3}{r_2} = \frac{1,7-1,6}{0,1} = 1 \text{ а}.$$

Ток во внешней цепи: $J = i_1 + i_2$; $J = 1\frac{1}{3} + 1 = 2\frac{1}{3}$ а.

Сопротивление внешней цепи: $R = \frac{U_{AB}}{J}$; $R = \frac{1,6}{2\frac{1}{3}} = 0,69$ ома.

Ответ: $R = 0,69$ ома; $i_1 = 1,33$ а; $i_2 = 1$ а; $J = 2,33$ а.

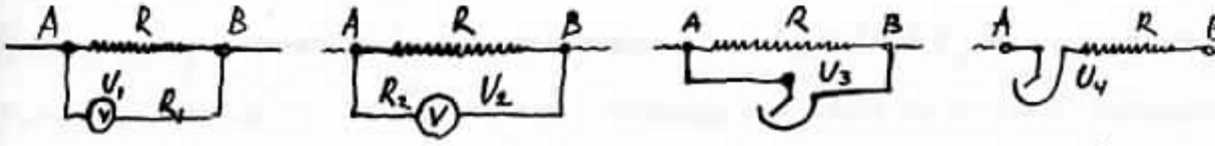
№ 58.

При включении вольтметра с сопротивлением $R_1 = 6500$ ом между двумя точками цепи постоянного тока показание его $U_1 = 50$ в. При замене вольтметра на другой показание между теми же точками $U_2 = 51$ в. Электростатический вольтметр, в который ток не ответвляется, включенный между теми же точками показывает $U_3 = 52$ в. Если его включить в разрыв этой цепи, то он показывает $U_4 = 65$ в. Определить сопротивления всех элементов цепи и второго вольтметра.

Решение.

На основании показаний электростатического вольтметра

(схема рис. 4) заключаем, что ЭДС цепи равна V_4, т.е. $\mathcal{E} = V_4$.
Обозначим сопротивление остальной части цепи буквой r.



1. 2 3. 4.

На основании закона Ома составляем выражения для V_1, V_2 и V_3, исходя из схем рис. 1, 2 и 3.

$$V_1 = V_4 \cdot \frac{\frac{R_1 R}{R+R_1}}{r + \frac{R_1 R}{R_1+R}} = V_4 \cdot \frac{RR_1}{rR_1 + rR + RR_1}.$$

$$V_2 = V_4 \cdot \frac{\frac{RR_2}{R+R_2}}{r + \frac{RR_2}{R+R_2}} = V_4 \cdot \frac{RR_2}{rR_2 + rR + RR_2}.$$

$$V_3 = V_4 \cdot \frac{R}{r+R}.$$

Делим почленно V_1 на V_3. В результате этого деления после подстановки численных значений величин получаем:

$$R = \frac{260r}{r-260}.$$

Подставив это значение R в выражение V_3, получаем численное значение r:

$$V_3 = V_4 \cdot \frac{R}{r+R}; \quad 52 = 65 \cdot \frac{\frac{260r}{r-260}}{r + \frac{260r}{r-260}}; \text{ отсюда: } r = 325 \text{ ом}.$$

Подставив значение $r = 325$ ом в выражение $V_3 = V_4 \frac{R}{r+R}$, вычисляем величину R:

$$52 = 65 \cdot \frac{R}{325+R}, \text{ получаем величину } R\text{: } R = 1300 \text{ ом}.$$

Подставив числовые значения r и R в выражение для V_2, вычисляем величину R_2:

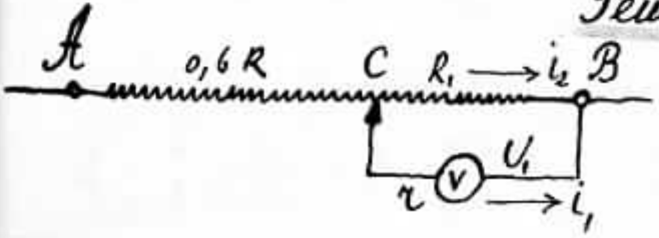
$$V_2 = \frac{RR_2}{rR_2 + rR + RR_2}; \quad 51 = \frac{1300R_2}{325R_2 + 325 \cdot 1300 + 1300R_2}; \quad R_2 = 13260 \text{ ом}$$

Ответ: $r = 325$ ом; $R = 1300$ ом; $R_2 = 13260$ ом.

№59.

К концам реостата приложена разность потенциалов $U = 100 в$. Между одним из концов реостата и движком включен вольтметр. Вольтметр показывает напряжение $U_1 = 18{,}2 в$, если сопротивление части реостата R_1 между клеммами вольтметра составляет 40% сопротивления всего реостата R. Определить отношение токов в вольтметре и в сопротивлении R_1.

Решение



Выражаем сопротивление разветвленной части цепи:

$$R_{разв} = \frac{r \cdot 0{,}4R}{r + 0{,}4R}.$$

По законам последовательного соединения проводников:

$\frac{U_{AC}}{U_{CB}} = \frac{0{,}6R}{R_{разв}}$; $U_{AC} = 100 - 18{,}2 = 81{,}8$. Теперь пропорцию записываем так:

$\frac{81{,}8}{18{,}2} = \frac{0{,}6 \cdot R \cdot (r + 0{,}4R)}{r \cdot 0{,}4R}$; отсюда: $r \approx 0{,}2R$. Токи в параллельных ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей.

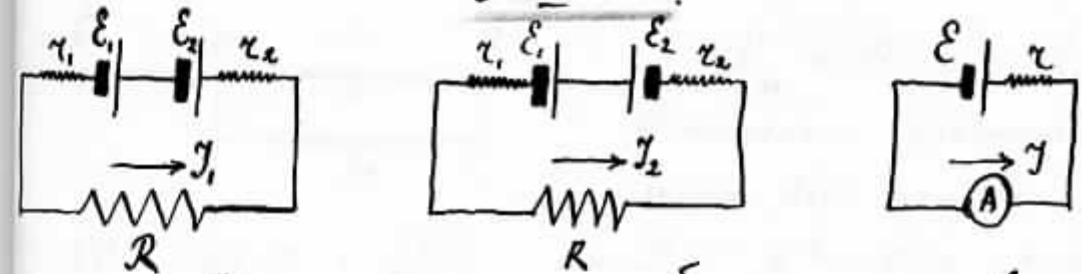
$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{0{,}4R}{r} = \frac{0{,}4R}{0{,}2R} = 2.$$

Ответ: отношение токов $2:1$.

№60.

Две батареи $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ соединены последовательно с сопротивлением $R = 1$ ом. При этом ток в цепи $J_1 = 2{,}33 а$. Если батареи включить последовательно, но навстречу друг другу, то ток в цепи будет $J_2 = 1{,}21 а$. Если каждую батарею замкнуть накоротко, то каждая из них даст ток $J = 52 а$. Определите ЭДС и внутренние сопротивления батарей.

Решение.



а б в

Из равенства токов короткого замыкания обеих батарей вытекает:

$\frac{\mathcal{E}_1}{r_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$, или: $\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{r_1}{r_2}$, отсюда: $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1 \cdot \frac{r_2}{r_1}$.

Составляем выражения для величин токов I_1 и I_2 из схем а и б:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \mathcal{E}_1 \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_1(R + r_1 + r_2)}; \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \mathcal{E}_1 \cdot \frac{r_1 - r_2}{r_1(R + r_1 + r_2)}.$$

После почленного деления друг на друга этих выражений получаем:

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1 + r_2}{r_1 - r_2}$; после подстановки численных значений I_1 и I_2 имеем:

$r_1 = \frac{177}{56} r_2$. Из выражения тока короткого замыкания: $52 = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$

ЭДС второй батареи: $\mathcal{E}_2 = 52 \cdot r_2$. Из подобного же выражения: $52 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1}$,

ЭДС первой батареи: $\mathcal{E}_1 = 52 \cdot r_1$. Теперь ток I_1 представится так:

$I_1 = \frac{52 \cdot (r_1 + r_2)}{R + r_1 + r_2}$, а после замены числовыми значениями $I_1 = 2{,}33$ а

и $r_1 = \frac{177}{56} r_2$ имеем: $\frac{233}{100} = \frac{52 \cdot \frac{233}{56} \cdot r_2}{\frac{233}{56} \cdot r_2 + 10}$; $5200 r_2 = 233 r_2 + 560$.

$$r_2 = \frac{560}{4967} \approx 0{,}113 \text{ ом}; \quad \mathcal{E}_2 = 0{,}113 \cdot 52 = 5{,}863 \text{ в}.$$

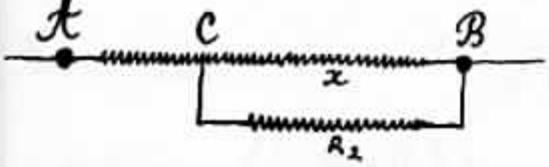
$$r_1 = \frac{177}{56} \cdot r_2 = 0{,}356 \text{ ом}; \quad \mathcal{E}_1 = 0{,}356 \cdot 52 = 18{,}5 \text{ в}.$$

Ответ: $\mathcal{E}_1 = 18{,}5$ в; $\mathcal{E}_2 = 5{,}86$ в; $r_1 = 0{,}356$ ом; $r_2 = 0{,}113$ ом.

№61

Проволока, сопротивление которой $R_1 = 100$ ом, присоединена к клеммам А и В. К каким точкам этой проволоки нужно присоединить концы сопротивления $R_2 = 50$ ом, чтобы общее сопротивление между точками А и В было $R = 50$ ом?

Решение.



$R_{AC} = R_1 - x$; $R_{CB} = x$.

Составляем уравнение для сопротивления всей цепи:

$$50 = 100 - x + \frac{50 \cdot x}{50 + x}\ ;\quad \text{отсюда:}\quad x^2 - 50x - 2500 = 0.$$

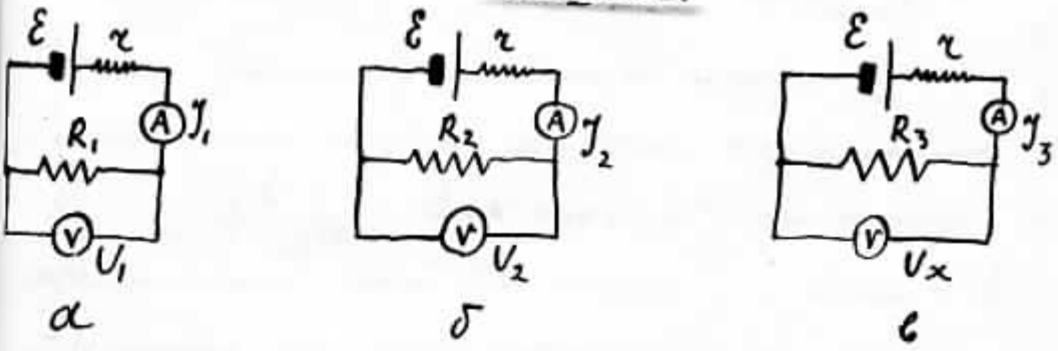
$$x = 81\ \text{ом};\quad 100 - x = 19\ \text{ом}.$$

Ответ: точка C делит сопротивление в 100 ом на части 19 ом и 81 ом, причем сопротивление 50 ом надо подключить параллельно сопротивлению 81 ом.

№ 62.

Напряжение на зажимах батареи при нагрузке $J_1 = 30$ а составляет $U_1 = 107$ в. При увеличении нагрузки до $J_2 = 50$ а напряжение уменьшается до $U_2 = 105$ в. Чему будет равно напряжение при нагрузке $J_3 = 70$ а ?

Решение.



1. Сопоставляем схемы цепи „а" и „б" и приводим выражения для ЭДС цепи: $\mathcal{E} = U_1 + J_1 r$ и $\mathcal{E} = U_2 + J_2 r$, отсюда уравнение: $U_1 + J_1 r = U_2 + J_2 r$, а отсюда: $r = \frac{U_1 - U_2}{J_2 - J_1}$

Вычисление: $r = \frac{107 - 105}{50 - 30} = 0{,}1$ ома.

Подставляем это значение r в выражение для ЭДС цепи по схеме „а": $\mathcal{E} = U_1 + J_1 \cdot \frac{U_1 - U_2}{J_2 - J_1}$; $\mathcal{E} = \frac{U_1 J_2 - U_2 J_1}{J_2 - J_1}$;

Вычисление: $\mathcal{E} = \frac{107 \cdot 50 - 105 \cdot 30}{50 - 30} = 110$ в.

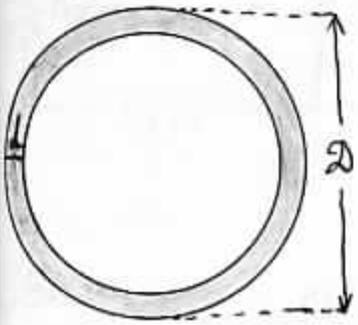
Из схемы цепи „в": $U_x = \mathcal{E} - J_3 r = \frac{U_1 J_2 - U_2 J_1}{J_2 - J_1} - J_3 \cdot \frac{U_1 - U_2}{J_2 - J_1}$.

Вычисление: $U_x = \frac{107 \cdot 50 - 105 \cdot 30}{50 - 30} - 70 \cdot \frac{107 - 105}{50 - 30} = 103$ в.

Ответ: $U_x = 103$ в

№ 63.

Внешний диаметр медной трубы $D = 24$ мм, толщина её стенки $d = 1{,}5$ мм. На сколько процентов уменьшится сопротивление трубы, если её заполнить ртутью? Удельное сопротивление меди $\rho_1 = 1{,}76 \cdot 10^{-6}$ ом·см. Удельное сопротивление ртути $\rho_2 = 96 \cdot 10^{-6}$ ом·см.



Решение.

Сечение стенок медной трубы:

$$S_1 = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi (D - 2d)^2}{4} = \pi (Dd - d^2).$$

Сопротивление меди при длине трубы l:

$$R_1 = \frac{\rho_1 l}{\pi (Dd - d^2)}.$$

Сечение ртути, заполняющей трубу: $S_2 = \frac{\pi (D - 2d)^2}{4}$.

Сопротивление ртутной сердцевины трубы на длине l:

$R_2 = \frac{4 \rho_2 l}{\pi (D - 2d)^2}$. Для тока, идущего по трубе, медь и ртуть представляют собой две параллельные ветви: $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

Абсолютное уменьшение сопротивления после заполнения ртутью:

$\Delta R = R_1 - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1^2}{R_1 + R_2}$. Относительное уменьшение сопротивления после заполнения ртутью:

$$\frac{\Delta R}{R_1} = \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2) R_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Вычисления: $R_1 = \frac{176 \cdot 10^{-8} l}{\pi (2{,}4 \cdot 0{,}15 - 0{,}15^2)} = \frac{176 \cdot 10^{-8} l}{0{,}3375 \pi} \approx 1{,}66 \cdot 10^{-6} l$.

$$R_2 = \frac{4 \cdot 96 \cdot 10^{-6} \cdot l}{\pi \cdot (2{,}4 - 0{,}3)^2} = \frac{384 \cdot 10^{-6} \cdot l}{4{,}41 \cdot \pi} = 28 \cdot 10^{-6} l.$$

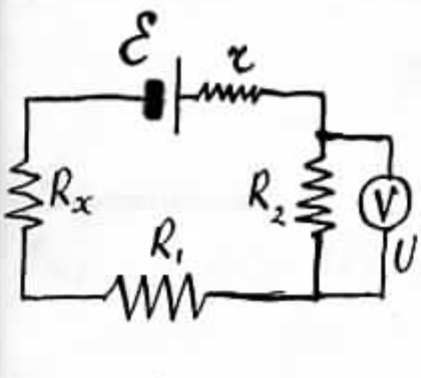
$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{1{,}66 \cdot 10^{-6} l}{(1{,}66 \cdot 10^{-6} + 28 \cdot 10^{-6}) l} = \frac{1{,}66}{29{,}66} = 0{,}056 = 5{,}6\%$$

Ответ: заполнение ртутью уменьшает сопротивление трубы на 5,6%.

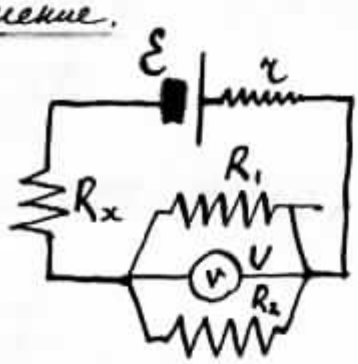
№64.

Имеется батарея с ЭДС $\mathcal{E} = 12{,}5$ в и внутренним сопротивлением $r = 0{,}2$ ома. Какое добавочное сопротивление R надо включить в цепь батареи, чтобы при включении в эту цепь двух нагрузочных сопротивлений $R_1 = 5$ ом и $R_2 = 10$ ом последовательно и параллельно друг другу разность потенциалов на концах сопротивления R_2 оставалась неизменной?

Решение.



а.



б.

Выражаем напряжение U из цепи по схеме „а":

$$U = \mathcal{E} \cdot \frac{R_2}{r + R_x + R_1 + R_2}.$$

Выражаем напряжение U из цепи, представленной схемой „б":

$$U = \mathcal{E} \cdot \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{r + R_x + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{\mathcal{E} \cdot R_1 R_2}{rR_1 + rR_2 + R_x R_1 + R_x R_2 + R_1 R_2}.$$

По условию задачи эти напряжения должны быть равны:

$$\mathcal{E} \cdot \frac{R_2}{r + R_x + R_1 + R_2} = \mathcal{E} \cdot \frac{R_1 R_2}{rR_1 + rR_2 + R_x R_1 + R_x R_2 + R_1 R_2}$$; из этого уравнения:

$$R_x = \frac{R_1^2 - rR_2}{R_2}.$$

Вычисление: $R_x = \dfrac{5^2 - 0{,}2 \cdot 10}{10} = 2{,}3$ ома.

Примечание: данное: „$\mathcal{E} = 12{,}5$ в" для решения задачи излишне.

Ответ: добавочное сопротивление равно 2,3 ома.

№65.

Радиусы двух шаров $r_1 = 100$ мм и $r_2 = 200$ мм. Потенциалы их относительно земли соответственно равны: $\varphi_1 = 10000$ в и $\varphi_2 = 50000$ в. Шары соединяются проводником до выравнивания потенциалов. Каков конечный потенциал системы?

Решение.

$C_1 = 10$ см; $C_2 = 20$ см; $q_1 = C_1\varphi_1$; $q_2 = C_2\varphi_2$.

$$\varphi = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{C_1 + C_2}.$$

Вычисление: $\varphi = \frac{10 \cdot 10000 + 20 \cdot 50000}{10 + 20} = 36667$ в.

Ответ: $\varphi = 36667$ в.

№67

Для измерения напряжения, немного большего $U = 127$ в, имеется только вольтметр, сопротивление которого $R_0 = 1564$ ома, и два добавочные сопротивления: $R_1 = 10000$ ом и $R_2 = 1000$ ом. Предел измерения вольтметра $U_0 = 15$ в; точность отсчета $U_1 = 0{,}01$ в.

а) Какой метод измерения даёт наибольшую точность?

б) Чему равно показание вольтметра, если напряжение $U_2 = 132$ в?

в) Чему равно наибольшее напряжение, которое может быть измерено?

г) Какой метод измерения даст наибольшую точность при напряжении, примерно, в 120 в?

Решение.

1) Пусть вольтметр и оба добавочные сопротивления включены в цепь последовательно. Тогда предельное показание вольтметра окажется (по законам последовательного соединения):

$$\frac{U_1}{U_0} = \frac{R_0 + R_1 + R_2}{R_0}; \quad U_1 = U_0 \cdot \frac{R_0 + R_1 + R_2}{R_0}$$

Вычисление: $U_1 = 15\cdot\frac{1564+10000+1000}{1564} = 120$ в.

Точность отсчета: $\frac{120}{1500} = 0{,}08\,\frac{в}{дел}$.

2). Пусть вольтметр и сопротивление $R_2=1000$ ом включены параллельно друг другу, а сопротивление $R_1=10000$ ом включено последовательно, - тогда предельное показание вольтметра окажется:

$$\frac{U_2}{U_0} = \frac{R_1 + \frac{R_0R_2}{R_0+R_2}}{\frac{R_0R_2}{R_0+R_2}} = \frac{R_1R_0+R_1R_2}{R_0R_2}; \quad U_2 = U_0\cdot\frac{R_1R_0+R_1R_2}{R_0R_2}.$$

Вычисление: $U_2 = 15\cdot\frac{10000\cdot(1564+1000)}{1564\cdot1000} = 246$ в.

При напряжении 132 в. показание прибора:

$$U = 15\cdot\frac{132}{246} = 8{,}05 \text{ в.}$$

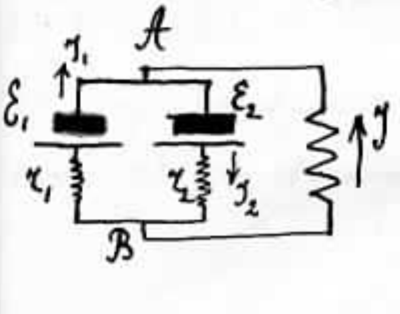
Точность отсчета: $\frac{246}{1500} = 0{,}16\,\frac{вольт}{деление}$.

Ответ: а) наибольшее напряжение, которое может быть измерено, равно 246 в; в этом случае показание вольтметра при включении его в сеть 132 в окажется 8,05 в. (по 15-вольтовой шкале).

б) при измерении напряжений до 120 в наибольшую точность отсчета по шкале дает включение обоих добавочных сопротивлений последовательно.

№68

Две батареи аккумуляторов, ЭДС которых: $\mathcal{E}_1 = 31{,}5$ в и $\mathcal{E}_2 = 29{,}5$ в, а внутренние сопротивления соответственно: $r_1 = 0{,}29$ ома и $r_2 = 0{,}31$ ома, соединены параллельно и питают осветительную сеть. Чему равен ток в осветительной сети и во второй батарее, если ток в первой батарее $I_1 = 4{,}8$ а?



Решение.

$U_{AB} = \mathcal{E}_1 - I_1r_1$; $U_{AB} = 31{,}5 - 4{,}8\cdot0{,}29 = 30{,}1$ в

Вторая батарея работает в режиме заряжаемой, потребляющей ток.

Заряжающий вторую батарею ток:

$$J_2 = \frac{U_{AB} - \mathcal{E}_2}{r_2}; \quad J_2 = \frac{30{,}1 - 29{,}5}{0{,}31} = 2\,a.$$

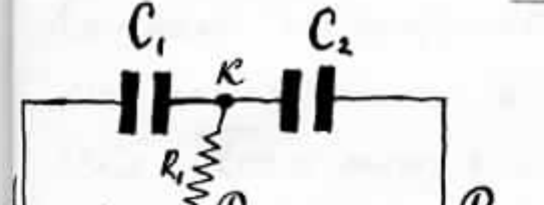
Во внешнюю цепь идет ток: $J = J_1 - J_2$; $J = 4{,}8 - 2 = 2{,}8a$.

Ответ: $J = 2{,}8a$; $J_2 = -2a$.

№69.

Внешние зажимы двух конденсаторов C_1 и C_2, соединенных последовательно, присоединены к концам провода AB, сопротивление которого $R = 20$ ом. По проводу пропускается постоянный ток $J = 4a$. Если провод с сопротивлением $R_1 = 3$ ома присоединить между общим зажимом конденсаторов и точкой P провода AB так, чтобы сопротивление участка AP было 8 ом, то C_1 потерлет половину своего заряда, а C_2 увеличит свой заряд на $q = 6\cdot 10^{-5}$ кулона. Определите ёмкости конденсаторов.

Решение.



Разность потенциалов точек A и B:

$$U_{AB} = JR = 4\cdot 20 = 80\,в.$$

Если сопротивление участка AP равно 8 омам, то сопротивление участка PB равно $20 - 8 = 12$ омам.

Пропорционально этим сопротивлениям распределится разность потенциалов 80 в между ёмкостями C_1 и C_2 после осуществления контакта K. Составляем пропорцию:

$$\frac{8}{20-8} = \frac{U_1}{80 - U_1}; \text{ отсюда: } U_1 = 32\,в; \ U_2 = 48\,в.$$

До осуществления контакта K разность потенциалов 80 в распределялась обратно пропорционально ёмкостям C_1 и C_2.

$$\frac{U_1}{80 - U_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

Если после осуществления контакта К ёмкость C_1 потеряла половину своего заряда, то и потенциал её уменьшился вдвое. Он оказался $U_1 = 32в$, значит, до осуществления контакта он был равен 64в. На долю C_2 до осуществления контакта К приходилось $80 - 64 = 16в$. Емкости находятся в обратной зависимости относительно напряжений, значит, емкость C_2 в четыре $\left(\frac{64}{16}\right)$ раза больше ёмкости C_1. При осуществлении контакта К потенциал на зажимах ёмкости C_2 увеличился с 16в до 48в, т.е., на 32в, и при этом заряд увеличился на $6 \cdot 10^{-5}$ кулона. Отсюда емкость C_2 вычислится так:

$$C_2 = \frac{\Delta q_2}{\Delta U_2}; \quad C_2 = \frac{6 \cdot 10^{-5}}{32} = 1{,}875 \cdot 10^{-6} ф. = 1{,}875 \text{ мкф.}$$

Емкость C_1 в четыре раза меньше: $C_1 = \frac{1{,}875}{4} = 0{,}47$ мкф.

Примечание: данное: „$R_1 = 3$ ома" оказалось излишним.

Ответ: $C_1 = 0{,}47$ мкф; $C_2 = 1{,}875$ мкф.

N70.

Комната освещена 40 маловольтными лампочками, соединенными последовательно и включенными в городскую осветительную сеть. После того, как одна лампочка перегорела, оставшиеся 39 лампочек снова соединили последовательно и вновь включили в ту же сеть. Когда в комнате было светлее: при 40 или 39 лампочках?

Решение.

Мощность, поглощаемая из сети 40 лампочками:

$N_1 = \frac{U^2}{40R}$. Мощность, поглощаемая из сети 39 лампочками:

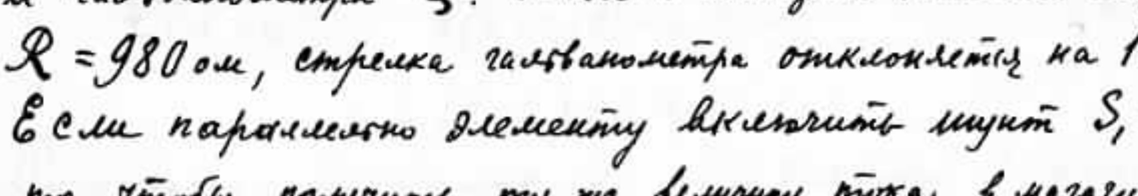
$N_2 = \frac{U^2}{39R}$. Сравнивая эти мощности, видим, что $N_2 > N_1$.

Ответ: изъятие одной лампочки увеличило забираемую из сети мощность. Если считать, что световой поток пропорциональна более высокой, чем первая, степени мощности в то время, как сопротивление нитей ламп возрастает пропорционально первой степени от температуры, то при 39 лампочках станет значительно светлее, нежели при 40 лампочках.

№71.

Цепь состоит из элемента $\mathcal{E}$, магазина сопротивлений R и гальванометра G. Когда в магазине включено сопротивление $R = 980$ ом, стрелка гальванометра отклоняется на 10 делений. Если параллельно элементу включить шунт $S_1 = 20$ ом, то, чтобы получить ту же величину тока, в магазине надо включить сопротивление $R_1 = 620$ ом. Если вместо S_1 ввести шунт $S_2 = 30$ ом, то, чтобы снова получить ту же величину тока, в магазине нужно взять сопротивление $R_2 = 712{,}5$ ом. Каково внутреннее сопротивление элемента r и сопротивление гальванометра G?

Решение.



$R = 980$ ом; $J = 10$. — а

$R_1 = 620$ ом; $S_1 = 20$ ом; $J = 10$. — б

$R_2 = 712{,}5$ ом; $S_2 = 30$ ом; $J = 10$. — в

Обозначим сопротивление гальванометра буквой c.

1) Из схемы цепи рис. „а": $J = \dfrac{\mathcal{E}}{r + R + c}$ (1).

2) Из схемы цепи рис. „б": $J_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{r + \dfrac{S_1(R_1+c)}{S_1+R_1+c}} = \dfrac{\mathcal{E}\cdot(S_1+R_1+c)}{r(S_1+R_1+c)+S_1(R_1+c)}$;

Ток в ветви с гальванометром: $J = J_1 \cdot \dfrac{S_1}{S_1+R_1+c}$;

$$J = \frac{\mathcal{E}\, S_1}{r(S_1+R_1+c)+S_1(R_1+c)} \qquad (2)$$

3) Из схемы цепи рис. „в": $J_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{r + \frac{S_2(R_2+C)}{S_2+R_2+C}} = \dfrac{\mathcal{E}\cdot(S_2+R_2+C)}{r(S_2+R_2+C)+S_2(R_2+C)}$.

Ток в цепи с гальванометром: $$J = \frac{\mathcal{E} S_2}{r(S_2+R_2+C)+S_2(R_2+C)} \quad (3).$$

Сопоставляя выражения (1) и (2) для тока J, имеем уравнение:

$$\frac{\mathcal{E}}{r+R+c} = \frac{\mathcal{E} S_1}{r(S_1+R_1+c)+S_1(R_1+c)},$$ отсюда получаем:

$$cr = S_1(R-R_1) - R_1 r \quad (*).$$

Сопоставляя выражения (1) и (3) для тока J, имеем уравнение:

$$\frac{\mathcal{E}}{r+R+c} = \frac{\mathcal{E} S_2}{r(S_2+R_2+c)+S_2(R_2+c)},$$ отсюда получаем:

$$cr = S_2(R-R_2) - R_2 r \quad (**).$$

Из сопоставления выражений (*) и (**) получаем уравнение:

$$S_1(R-R_1) - R_1 r = S_2(R-R_2) - R_2 r,$$ — а отсюда:

$$r = \frac{S_1(R-R_1) - S_2\cdot(R-R_2)}{R_1-R_2}.$$

Вычисление: $$r = \frac{20\cdot(980-620) - 30\cdot(980-712{,}5)}{620-712{,}5} = 8\tfrac{34}{37} \approx 8{,}92 \text{ ома}.$$

Из соотношения (*) имеем: $C = S_1\cdot\dfrac{R-R_1}{r} - R_1$;

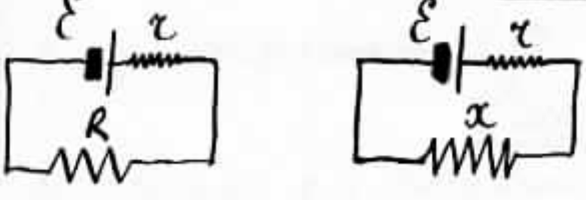
Вычисление: $$c = 20\cdot\frac{980-620}{\frac{330}{37}} - 620 = 187\tfrac{3}{11} \approx 187{,}3 \text{ ома}.$$

Ответ: $r = 8{,}92$ ома; $c = 187{,}3$ ома.

№72.

Элемент с внутренним сопротивлением r замкнут сопротивлением R. При каком другом внешнем сопротивлении будет выделяться во внешней цепи в единицу времени такое же количество теплоты, как и при сопротивлении R? Вычислите x при $R = 800$ом и $r = 400$ом.

Решение.



а б

По условию задачи:

$$Q_а = Q_б.$$

$$Q_а = \frac{\varepsilon^2 R}{(r+R)^2} k t.$$

$$Q_б = \frac{\varepsilon^2 x}{(r+x)^2} k t.$$

Составляем уравнение: $\frac{R}{(r+R)^2} = \frac{x}{(r+x)^2}$, отсюда:

$$Rx^2 - (R^2+r^2)x + Rr^2 = 0; \quad x = \frac{R^2+r^2 \pm (R^2-r^2)}{2R}$$

$$x_1 = R; \quad x_2 = \frac{r^2}{R}.$$

$x_1 = R = 800$ ом даёт цепь, указанную в условии задачи.

$x_2 = \frac{r^2}{R} = \frac{400^2}{800} = 200$ ом.

Ответ: $x = 200$ ом.

№73

Для расширения предела измерения амперметра на 50 а, сопротивление которого $r = 0,0005$ ом, его шунтируют сопротивлением $R = 0,0003$ ома. Если прибор показывает 43,2 а, то чему равен ток в цепи?

Решение.

По законам параллельного соединения: $J = i_r + i_R$; $\frac{i_r}{i_R} = \frac{R}{r}$.

$$i_R = i_r \cdot \frac{r}{R}; \quad J = i_r + i_r \cdot \frac{r}{R} = i_r \cdot \left(1 + \frac{r}{R}\right).$$

Вычисление: $J = 43,2 \cdot \left(1 + \frac{0,0005}{0,0003}\right) = 115,2$ а

Ответ: ток в цепи равен 115,2 а.

№74.

Нужно нагреть 1 литр воды от 0°C до 100°C. Сколько времени на это потребуется, если пользоваться: 1) одним нагревателем? 2) двумя нагревателями, включенными параллельно? 3) двумя нагревателями, включенными последовательно? Мощность каждого нагревателя $N = 300$ вт, к.п.д. нагревателей 90%.

Решение.

1) Время для нагревания воды одним нагревателем определим из уравнения:

$$cm\cdot(t_2^\circ - t_1^\circ) = \eta q \cdot N t, \text{ отсюда:}$$

$$t = \frac{cm(t_2^\circ - t_1^\circ)}{\eta q N}. \text{ Вычисление: } t = \frac{1\cdot 1000\cdot(100^\circ - 0^\circ)}{0,9\cdot 860\cdot 300} \approx 0,43 \text{ часа} = 26 \text{ мин.}$$

2) Два нагревателя, включенные параллельно, нагреют воду в два раза быстрее, т.е., за 13 минут.

3) Два нагревателя, включенные последовательно, нагреют воду в два раза медленнее, т.е., за 52 минуты.

Ответ: $t_1 = 26$ мин.; $t_2 = 13$ мин; $t_3 = 52$ мин.

№75.

Если сопротивление медного провода диаметром $d_1 = 38$ мм и длиной $L = 10$ м равно $R_1 = 157$ микроом, то чему равно сопротивление медного провода диаметром $d_2 = 0,25$ мм и длиной $L_2 = 1$ м ?

Решение.

Сопротивление первого провода: $R_1 = \rho\cdot\frac{4L_1}{\pi d_1^2}$.

Сопротивление второго провода: $R_2 = \rho\cdot\frac{4L_2}{\pi d_2^2}$.

Отношение этих сопротивлений: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1 d_2^2}{L_2\cdot d_1^2}$, отсюда:

$$R_2 = R_1\frac{L_2\cdot d_1^2}{L_1\cdot d_2^2}.$$

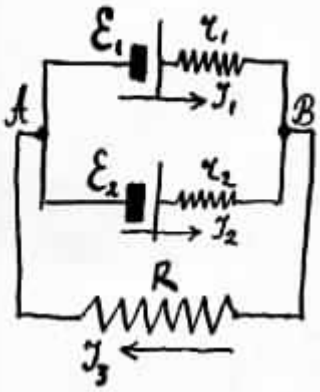
Вычисление: $R_2 = 157\cdot\frac{1\cdot 38^2}{10\cdot 0,25^2} = 363000$ микроом $= 0,363$ ом.

Ответ: $R_2 = 0,363$ ома.

№76.

Два элемента соединены параллельно с сопротивлением R. Выразите токи I_1, I_2 и I_3 в трех ветвях цепи через ЭДС цепи $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ и сопротивления ветвей r_1, r_2 и R и вычислите, как велико должно быть сопротивление R, чтобы ток $I_2 = 0$.

Решение.



1) При автономной работе первого элемента (с сохранением всех сопротивлений цепи):

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + \frac{r_2 R}{r_2 + R}} = \frac{\mathcal{E}_1 (r_2 + R)}{r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R}$$

2) При автономной работе второго элемента (с сохранением всех сопротивлений цепи):

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2 + \frac{r_1 R}{r_1 + R}} = \frac{\mathcal{E}_2 (r_1 + R)}{r_1 r_2 + r_2 R + r_1 R}.$$

Токи, отдаваемые элементами во внешнюю цепь:

а) от первого элемента: $i_1 \cdot \frac{r_2}{r_2 + R}$

б) от второго элемента: $i_2 \cdot \frac{r_1}{r_1 + R}$.

в) в сумме: $I_3 = i_1 \cdot \frac{r_2}{r_2 + R} + i_2 \cdot \frac{r_1}{r_1 + R}$; после подстановки найденных ранее значений i_1 и i_2 получаем:

$$I_3 = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R}$$

Напряжение на концах сопротивления R:

$$U = I_3 \cdot R = \frac{(\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1) \cdot R}{r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R}.$$

Ток, отдаваемый первым элементом:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - U}{r_1} = \frac{\mathcal{E}_1 (r_1 r_2 + r_1 R) - \mathcal{E}_2 r_1 R}{r_1 (r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R)}$$

Автор: Ф. Е. Менгдень

Извозов